Středoškolská odborná činnost 2005/2006

12. tvorba učebních pomůcek, didaktická technologie

DESKRIPTIVNÍ GEOMETRIE

Autoři:
Martin Hlaváč, Michal Křen
SPŠ, Kollárova 617,
686 01 Uherské Hradiště, 3. ročník

Konzultanti práce:
Ing. Blanka Pospíšilová
Ing. Bohumír Brhel
(SPŠ, Uherské Hradiště)

Uherské Hradiště, 2006
Zlínský kraj

Prohlašujeme tímto, že jsme soutěžní práci vypracovali samostatně pod vedením Ing. Blanky Pospíšilové a Ing. Bohumíra Brhela a uvedli v seznamu literatury veškerou použitou literaturu a další informační zdroje včetně internetu.

V Uherském Hradišti dne 14. 3. 2006

____

vlastnoruční podpis autorů

ANOTACE

Učební pomůcku pro výuku deskriptivní geometrie jsme se rozhodli vytvořit kvůli nedostatku kvalitních pomůcek do tohoto předmětu. Je určena nejen školám, na nichž se tento předmět vyučuje, ale také všem studentům, které toto téma zajímá. Jedná se o program s minimálními nároky na výkon počítače, který využívá nejmodernější multimediální technologie. Každá úloha je vymodelována pomocí 3D grafiky s možností sledovat úlohu z různých úhlů. Také jsou zde animace, které vysvětlují jak úlohu řešit v sešitě. V programu je zpracováno učivo přibližně jednoho roku výuky deskriptivní geometrie na střední škole.

Program je kvůli velkému objemu dat distribuován ve dvou provedeních – STANDART verze – je zdarma ke stažení na www.dge.ic.cz (velikost cca 4 MB) a k březnu této možnosti využilo kolem 5000 lidí. PROFI verze je zasílána na CD.

Výukový program deskriptivní geometrie

Obsah:

I. ÚVOD

Znalost deskriptivní geometrie patří ke všeobecnému vzdělání moderního člověka. Tvoří významnou část skupiny předmětů grafické komunikace, pěstuje prostorovou představivost, vytváří a rozvíjí technické myšlení.

Učební pomůcku pro výuku deskriptivní geometrie jsme se rozhodli vytvořit kvůli nedostatku kvalitních pomůcek do tohoto předmětu. Nejlepší je si danou úlohu představit, ale studentů, kteří to dokážou, je v poslední době čím dál méně. Je zde také možnost si příklad nakreslit v prostorovém zobrazení, nicméně také tato možnost je mnohým cizí. Na některých školách se setkáme s pomůckami do deskriptivní geometrie ve formě modelovaných jednotlivých úloh, nejčastěji z plastu. Tato pomůcka je poměrně názorná a lze díky ní dobře pochopit daný problém, ale většina škol nemá stálou učebnu deskriptivní geometrie, a tak se pomůcky musí každou hodinu přenášet a instalovat, což je poměrně zdlouhavé. Proto jsme se rozhodli vytvořit učební pomůcku VÝUKOVÝ PROGRAM DESKRIPTIVNÍ GEOMETRIE. Jedná se o program spustitelný na drtivé většině dnešních počítačů. Každá úloha je zde vymodelována pomocí 3D grafiky a navíc je zde možnost si u daných úloh jakoby pootočit úhel pohledu, což vyvolá dojem, že daný objekt obcházíme a pomůže nám to uvědomit si jakže to vlastně je s tím prostorem. V programu je zpracováno učivo přibližně jednoho roku výuky deskriptivní geometrie na střední škole.

Vzhledem k velkému objemu dat si nemůžeme dovolit prezentovat program se všemi jeho funkcemi na internetu, jak tomu bylo u předchozích nedokončených verzí. Proto jsme na stránky umístili pouze verzi omezenou. Pokud by někdo měl zájem, může si objednat verzi plnou, která mu bude dodána na CD. O tom jak objednávku vyřídit se dočtete na našich webových stránkách. (www.dge.ic.cz)

Závěrem bychom rádi poděkovali Ing. Blance Pospíšilové, naší učitelce deskriptivní geometrie, panu Ing. Bohumíru Brhelovi za jeho rady ohledně náležitostí SOČ a vedení naší školy za podporu při vytváření projektu.

autoři

2. TROCHA TEORIE

2.01 Značení bodů, přímek, rovin a čtení množinových zápisů

- body značíme velkými písmeny latinské abecedy (A, B, C, …)
- přímky značíme malými písmeny latinské abecedy (a, b, c, …)
- roviny značíme písmeny řecké abecedy (α, β, γ, …)

- B ∈ p - bod B leží na přímce p; přímka p prochází bodem B
- B ∈ α - bod B leží v rovině α; rovina α prochází bodem B
- p ∈ α - přímka p leží v rovině α
- a ∥ b - přímka a je rovnoběžná s přímkou b
- a ⊥ b - přímka a je kolmá k přímce b
- A (30, 15, 20,) - bod A má souřadnice 30, 15, 20
- a = AB [A (30, 15, 20) B(20, 50, 40)] - přímka a je dána body A, B, bod A má souřadnice ...

2.02 Řecká abeceda

α - alfa	ι - ióta	ρ - ró
β - beta	κ - kappa	σ - sigma
γ - gama	λ - lambda	τ - tau
δ - delta	μ - mí	υ - ypsilon
ε - epsilon	ν - ný	φ - fí
ζ - dzéta	ξ - ksí	χ - chí
η - éta	ο - omikron	ψ - psí
θ - théta	π - pí	ω - omega

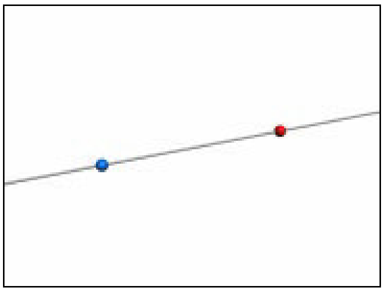
2.03 Axiomy

- jsou to tvrzení, která se nedají dokázat, ale která odpovídají našim představám, a která uznáváme za správná ze zkušenosti

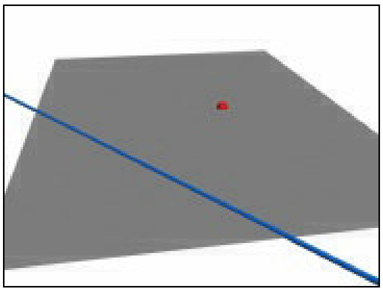
Axiom 1 - dva různé body **A**, **B** určují právě jednu přímku (*Obr. 2.03.00*)

Axiom 2 - přímka **p** a bod **A**, který na přímce neleží, určují právě jednu rovinu (*Obr. 2.03.01*)

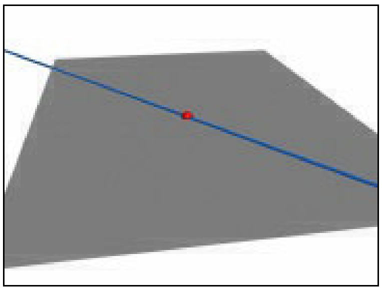
Axiom 3 - leží-li bod **A** na přímce **p** a přímka **p** leží v rovině **α**, pak bod **A** leží v rovině **α** (*Obr. 2.03.02*)



Obr. 2.03.00



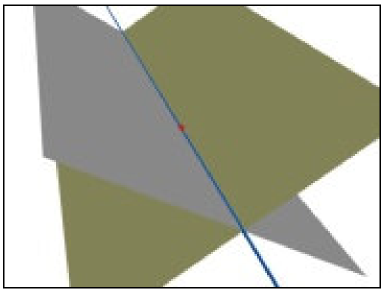
Obr. 2.03.01



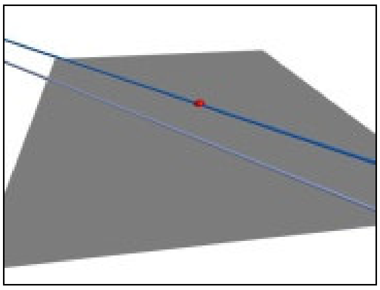
Obr. 2.03.02

Axiom 4 - mají-li dvě různé roviny **α** a **β** společný bod **A**, pak mají společnou právě jednu přímku, procházející daným bodem **A** (*Obr. 2.03.03*)

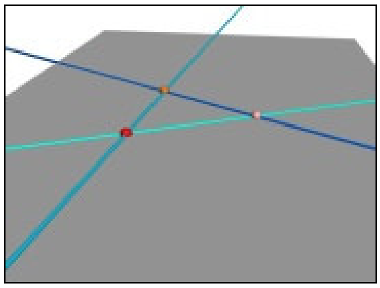
Axiom 5 - ke každé přímce **p** se dá bodem **A**, který na přímce neleží, vést jediná přímka **q** , která s danou přímkou leží v rovině a nemá s ní společný bod; přímka **q** je rovnoběžná s přímkou **p** (*Obr. 2.03.04*)



Obr. 2.03.03



Obr. 2.03.04



Obr. 2.04.00

2.04 Základní věty a definice

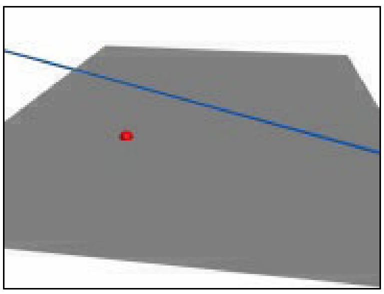
2.04.1 *Rovina*

S_1 - existuje jediná rovina **α**, v níž leží dané body **A**, **B**, **C**, jejichž spojnice nesplývají; říkáme, že body **A**, **B**, **C** určují rovinu **α** (*Obr. 2.04.00*)

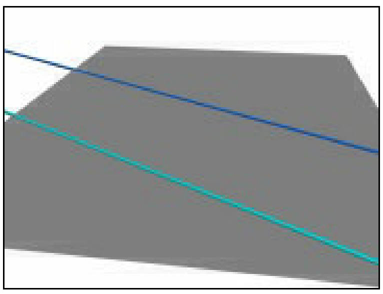
S_2 - existuje jediná rovina **α**, v níž leží bod **B** a daná přímka **b**, která ho neobsahuje; říkáme, že bod **B** a přímka **b** určují rovinu **α** (*Obr. 2.04.01*)

S_3 - existuje jediná rovina **α**, v níž leží dvě různoběžky **a**, **b** nebo dvě rovnoběžky **a**, **b**; říkáme, že dvě různoběžky (rovnoběžky) **a**, **b** určují rovinu **α** (*Obr. 2.04.02*)

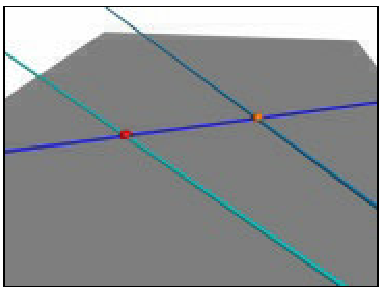
S_4 - přímka **a** leží v rovině **α**, protíná-li v různých bodech **B**, **C** dvě přímky **b**, **c** roviny **α** (*Obr. 2.04.03*)



Obr. 2.04.01



Obr. 2.04.02



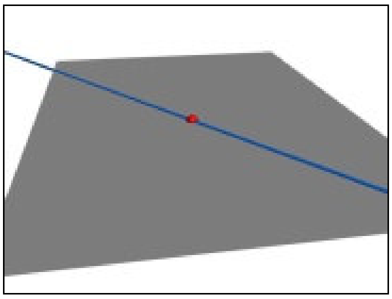
Obr. 2.04.03

S_5 - bod **B** leží v rovině **α**, leží-li na přímce **b** roviny **α** (*Obr. 2.04.04*)

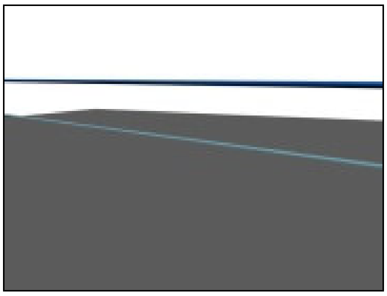
2.04.2 *Rovnoběžnost*

S_6 - přímka **p** je rovnoběžná s rovinou **α**, existuje-li v **α** přímka **q** ‖ **p**; pak **α** ‖ **p** (*Obr. 2.04.05*)

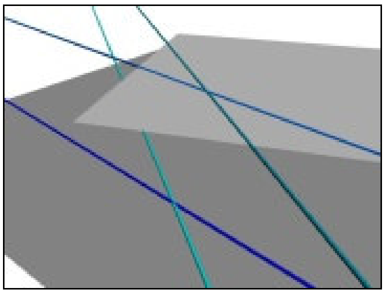
S_7 - rovina **α** je rovnoběžná s rovinou **β**, existují-li v **α** různoběžky **a**, **b** a v **β** přímky **r**, **s** takové, že **a** ‖ **r**, **b** ‖ **s**; potom můžeme říct **a** ‖ **β** (*Obr. 2.04.06*)



Obr. 2.04.04



Obr. 2.04.05



Obr. 2.04.06

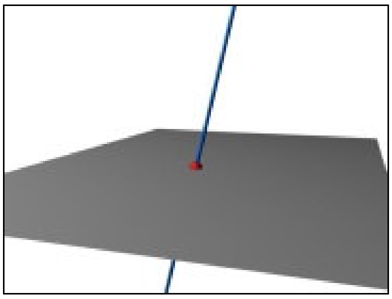
2.04.3 *Průsečík a průsečnice*

S_8 - není-li **p** ∥ **α**, existuje jediný společný bod přímky **p** a roviny **α** (průsečík **P**); říkáme, že **P** = **p**∩**α** (*Obr. 2.04.07*)

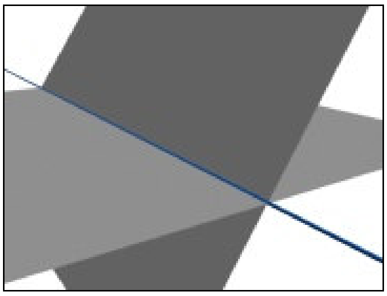
S_9 - není-li **α** ∥ **β**, existuje jediná společná přímka rovin **α** a **β** (průsečnice **p**); říkáme, že **p** = **α**∩**β** (*Obr. 2.04.08*)

2.04.4 *Tři roviny*

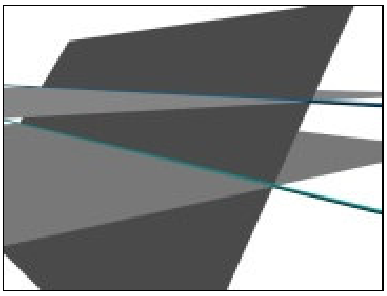
S_{10} - dvě roviny **α** ∥ **β** protínají rovinu **γ**, která s nimi není rovnoběžná, ve dvou rovnoběžných přímkách (*Obr. 2.04.09*)



Obr. 2.04.07



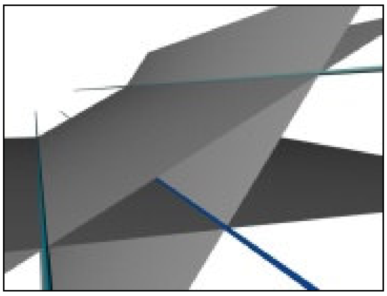
Obr. 2.04.08



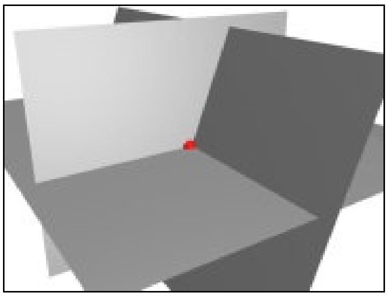
Obr. 2.04.09

S_{11} - dvě různoběžné roviny **α**, **β** protíná rovina **γ**, která je rovnoběžná s jejich průsečnicí **p**, ve dvou přímkách **a**, **b** rovnoběžných s **p** (*Obr. 2.04.10*)

S_{12} - tři roviny jejichž průsečnice nejsou rovnoběžné, mají společný právě jeden bod (průsečík **P**) (*Obr. 2.04.11*)



Obr. 2.04.10



Obr. 2.04.11

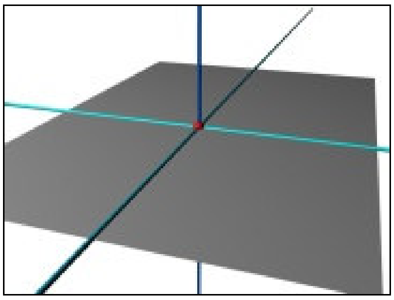
2.05 Metrické vlastnosti

2.05.1 *Kolmost a vzdálenost*

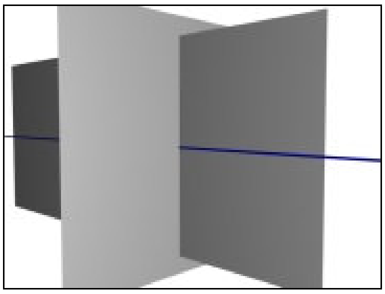
- rovina **α**, která je určena dvěma kolmicemi **a**, **b**; k přímce **k**, vedenými bodem **K** ϵ **k**, je kolmá k přímce **k** (*Obr. 2.05.01*)

- rovina **α** je kolmá k rovině **β**, je-li kolmá k některé přímce roviny **β** (*Obr. 2.05.02*)

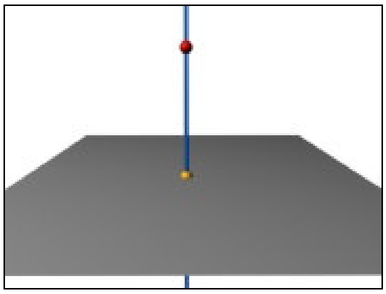
- vzdálenost bodu **B** od roviny **α**, je vzdálenost bodu **B** od paty kolmice **k**, vedené bodem **B** k rovině **α** (*Obr. 2.05.03*)



Obr. 2.05.01



Obr. 2.05.02



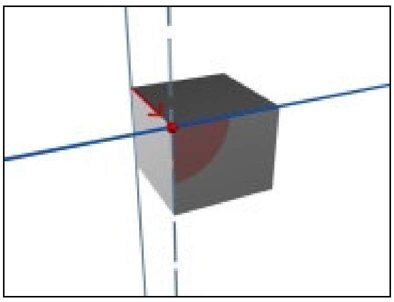
Obr. 2.05.03

2.05.2 *Odchylka*

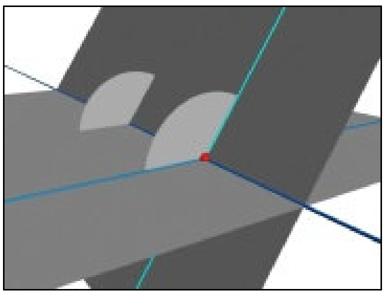
- odchylka **ω** mimoběžek **a**, **b** je odchylka různoběžek **r**, **s** (**r**‖**a**, **s**‖**b**), vedených libovolným bodem **L** (*Obr. 2.05.04*)

- odchylka **ω** různoběžných rovin **α**, **β** je odchylka kolmic **a** ϵ **α**, **r** ϵ **β** vedených k průsečnici **p** rovin **α** a **β** libovolným bodem **B** ϵ **p** (*Obr. 2.05.05*)

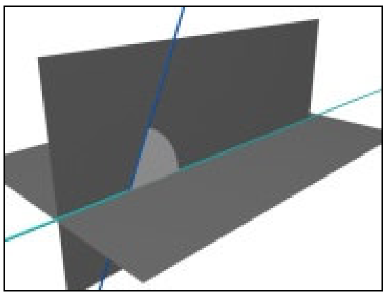
- odchylka **ω** přímky **p** a roviny **α** je odchylka přímky **p** a **q**, která je průsečnicí roviny **α** a roviny vedené přímkou **p,** kolmé k rovině **α** (*Obr. 2.05.06*)



Obr. 2.05.04



Obr. 2.05.05



Obr. 2.05.06

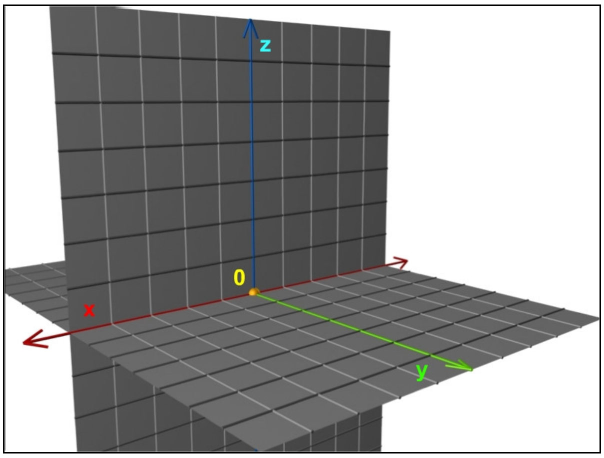
3) PRINCIPY PROMÍTÁNÍ

3.01 Promítací kout

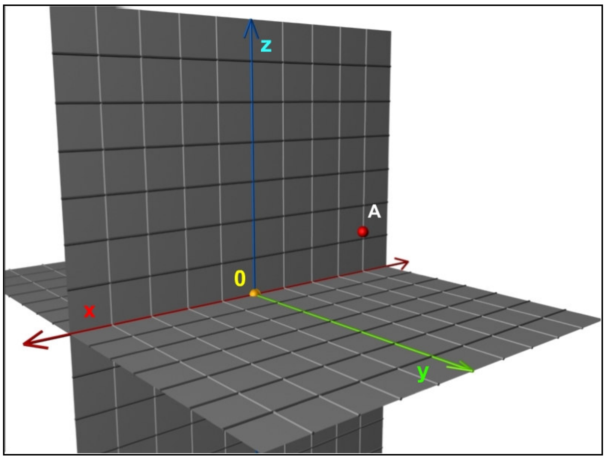
Co to vlastně je to promítání? Promítání je hlavní způsob Deskriptivní geometrie. Nejčastěji se promítá na dvě navzájem kolmé průmětny označované **π** (pí) - 1. průmětna
ν (ný) - 2. průmětna

Nic vám to neříká? Podívejme se tedy na obrázek (*Obr. 3.01.00*). Vidíme zde „promítací kout." Na něm je vlastně metoda promítání postavena. Promítací kout je tvořen dvěma na sebe kolmými rovinami (průmětnami) **π** a **ν**. V místě jejich průniku, se nachází osa **x** (červená čára). Na ose **x** máme bod **0** zvaný počátek, ze kterého vycházejí osy **y** (zelená) a **z** (modrá). Samotnou metodu promítání si ukážeme na následujícím příkladu…

Někde v prostoru se nachází bod A. (*Obr. 3.01.01*)

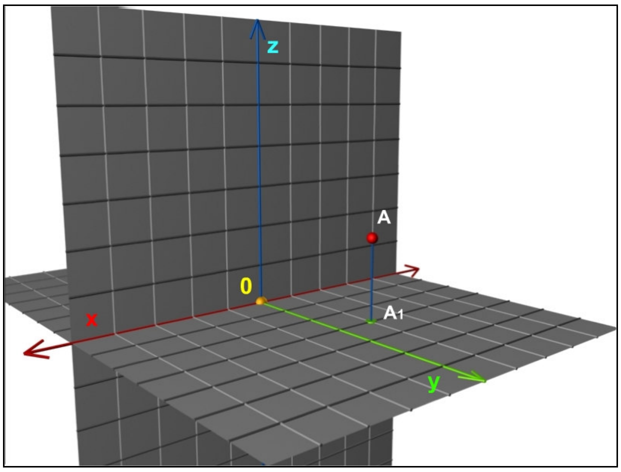


Obr. 3.01.00

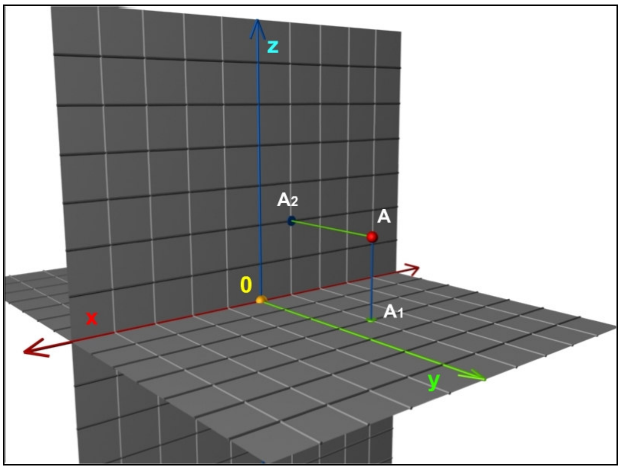


Obr. 3.01.01

Chceme-li tento bod promítnout, musíme vést kolmici nejprve k jedné a poté druhé průmětně. Abychom našli první průmět, vedeme kolmici k první průmětně (půdorysně) a vzniklý průsečík pojmenujeme A_1, neboť se jedná o první průmět bodu A. (*Obr. 3.01.02*) Pokud hledáme průmět druhý, vedeme kolmici ke druhé průmětně a vzniklý bod (průsečík druhé průmětny s kolmice) nazveme A_2. To je vše. (*Obr. 3.01.03*)



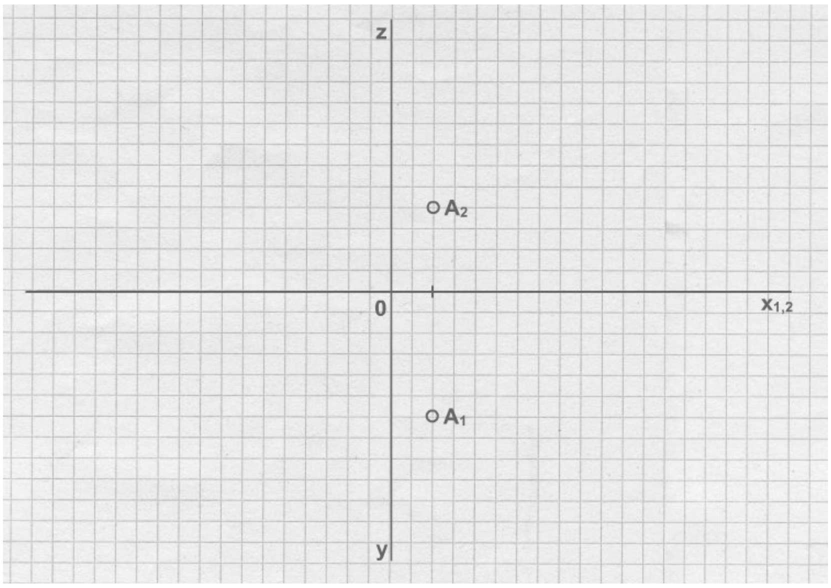
Obr. 3.01.02



Obr. 3.01.03

3.02 Promítání v rovině

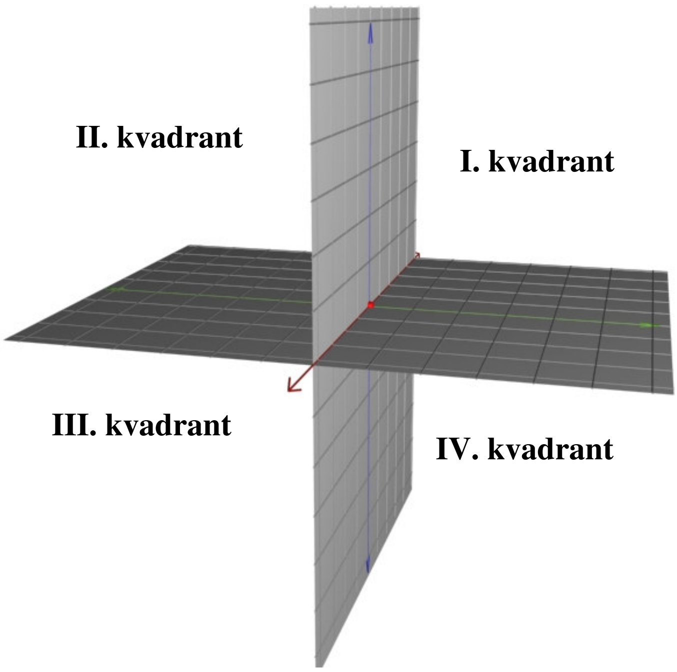
Máme-li promítat v rovině (např. do sešitu), potřebujeme nějakým způsobem nahradit třetí rozměr. Myslím, že když se podíváte na obrázek, bude vám hned jasné, kam se onen třetí rozměr promítá. Je to osa z a promítá se směrem nahoru. Je-li záporná pak směrem dolů. Možná někomu z vás není jasné, co že to na tom obrázku vůbec je. Nuže, je to promítací kout, jehož nárysna se sklopila do polohy rovnoběžné s půdorysnou. Předchozí větu si raději přečtěte několikrát a zároveň bych doporučil vrátit se ještě k obrázku v předchozí kapitole (Promítací kout). (*Obr. 3.02.00*)



Obr. 3.02.00

3.03 Rozdělení prostoru na kvadranty

Prostor dělíme na čtyři kvadranty. Nazýváme je: „I. kvadrant, II. kvadrant, III. kvadrant a IV. kvadrant. Více viz. obrázek. (*Obr. 3.03.00*)



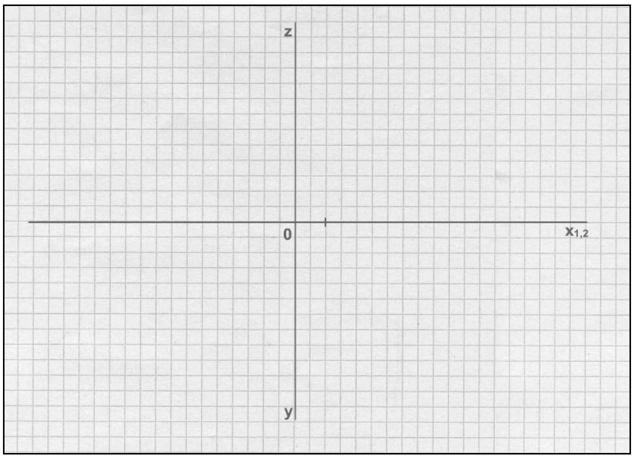
Obr. 3.03.00

4) Pravoúhlé promítání

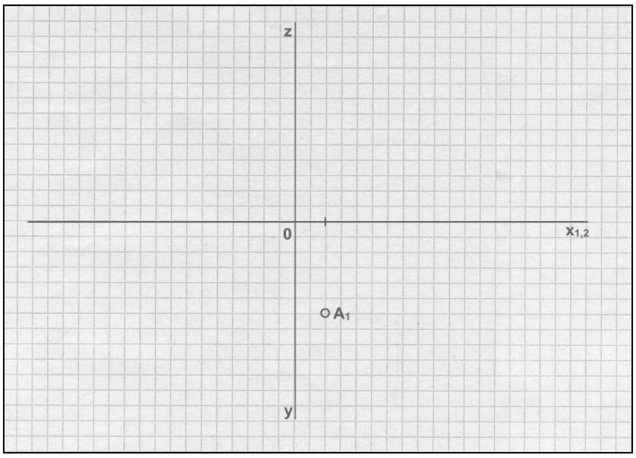
4.01 Promítání bodů a přímek

4.01.1 *Body*

Chceme-li promítnout bod, měli bychom znát jeho souřadnice. Vezměme si tedy jako příklad bod A(10,30,20). První číslo v závorce udává vzdálenost od bodu 0 na ose x. Je-li tato hodnota kladná, nanášíme ji na osu směrem doprava, pokud záporná tak doleva. O tom ale později. Na osu x tedy naneseme 10 mm směrem doprava. (*Obr. 4.01.00*) Číslo, v závorce na místě druhém, se vztahuje na osu y. Proto naneseme, od nově vzniklého místa (na ose x), 30 mm směrem dolů. Zde nám vzniká bod A_1, který je prvním průmětem bodu A. (*Obr. 4.01.01*)

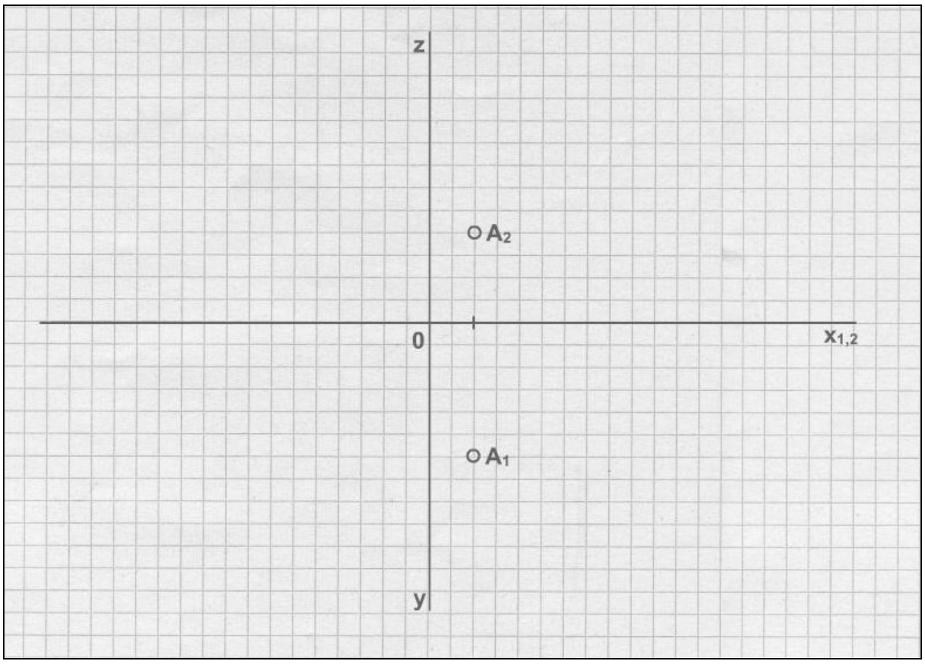


Obr. 4.01.00



Obr. 4.01.01

Poslední, třetí číslo neudává nic jiného než vzdálenost na ose z. Takže 20 mm směrem nahoru. Vzniklý bod A_2 je druhým průmětem bodu A. (*Obr. 4.01.02*)



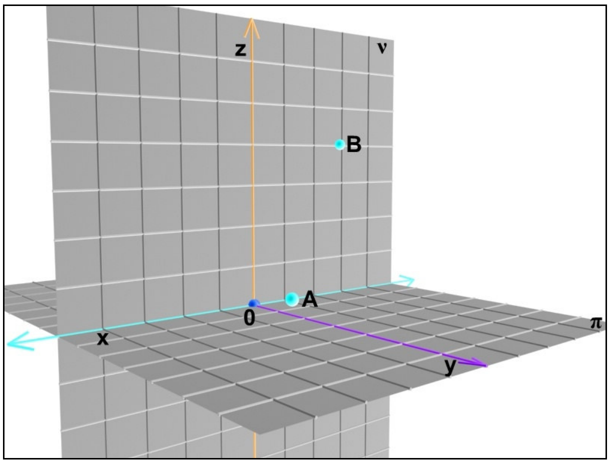
Obr. 4.01.02

4.01.1a *Body se zápornými souřadnicemi*

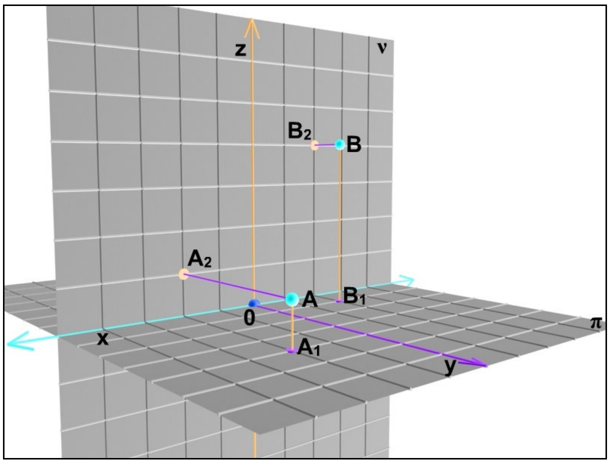
Pokud jste pochopili promítání bodů v předchozí kapitole, nebude pro vás tato látka ničím novým. Body se zápornými souřadnicemi promítáme totiž úplně stejně jako se souřadnicemi kladnými, jenže záporné souřadnice nanášíme na opačnou stranu než kladné. Takže průměty bodu A(-20, -30, -40) najdeme tak, že naneseme na osu x 20 mm směrem doleva, od tohoto místa 30 mm směrem nahoru (osa y) a 40 mm směrem dolů (osa z).

4.01.2 *Jak promítat přímky*

Promítání přímek je stejně jednoduché jako promítání bodů. Opět si to ukážeme na příkladu: Máme přímku a = AB[A(-20; 40; 10) B(20; 10; 40)]. (*Obr. 4.01.03*) Víme, že přímka je dána dvěma body, jejichž souřadnice známe, takže pro nás není problém najít si jejich průměty. (*Obr. 4.01.04*)

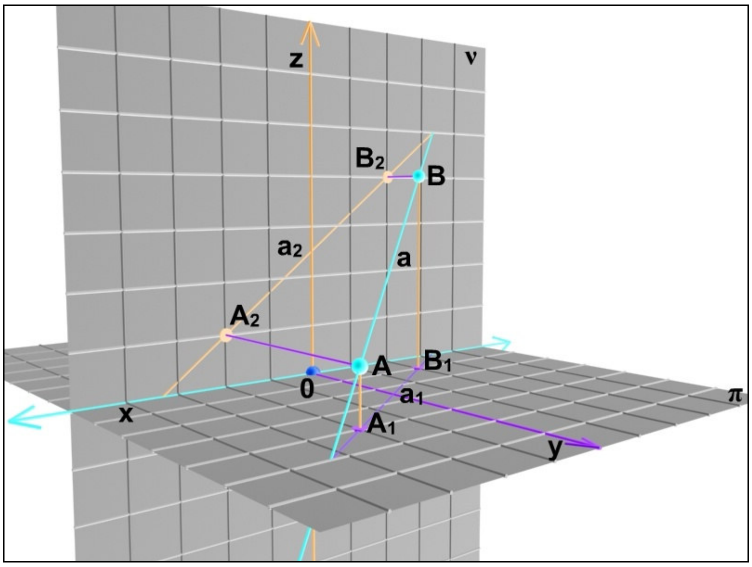


Obr. 4.01.03



Obr. 4.01.04

Hledanou přímku dostaneme jak jinak, než spojením obou bodů. (*Obr. 4.01.05*) Abychom našli první průmět, musíme spojit co? Správně, první průměty obou bodů. Nejinak tomu samozřejmě bude u průmětu druhého. Celé to možná vypadá složitě, ale zkuste si to narýsovat na papír a uvidíte, že je to jednoduché.



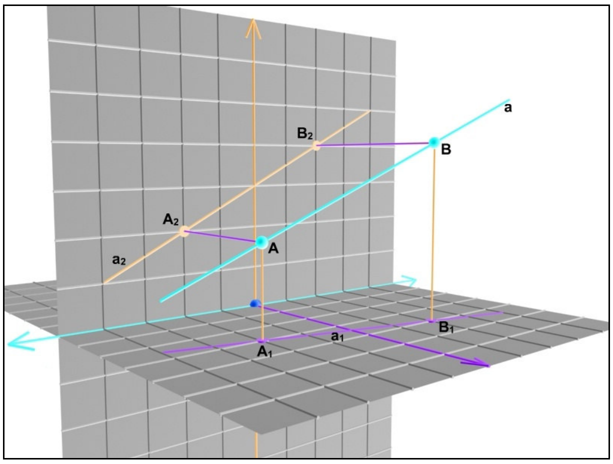
Obr. 4.01.05

4.02 Přímka ve zvláštních polohách

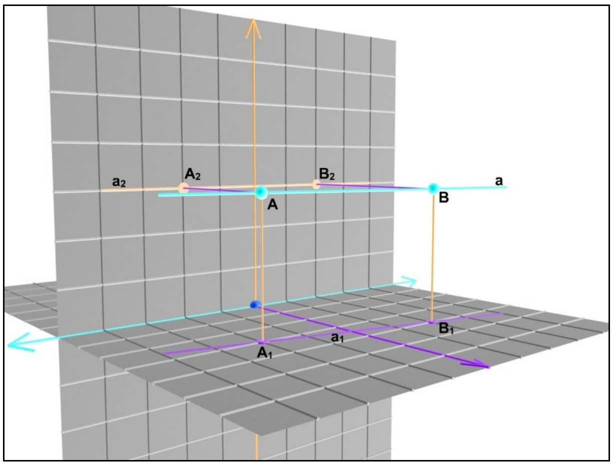
Než přejdeme k samotnému promítání, ukážeme si v jaké poloze může být přímka proti průmětně.

a) Obecná - přímka není kolmá ani rovnoběžná s žádnou z průměten a oba její průměty se promítají zkresleně (*Obr. 4.02.00*)

b) Rovnoběžná s - první průmětnou - první průmět se promítne ve skutečné velikosti, druhý zkresleně (*Obr. 4.02.01*)
- druhou průmětnou - druhý průmět se promítne ve skutečné velikosti, první zkresleně (*Obr. 4.02.02*)

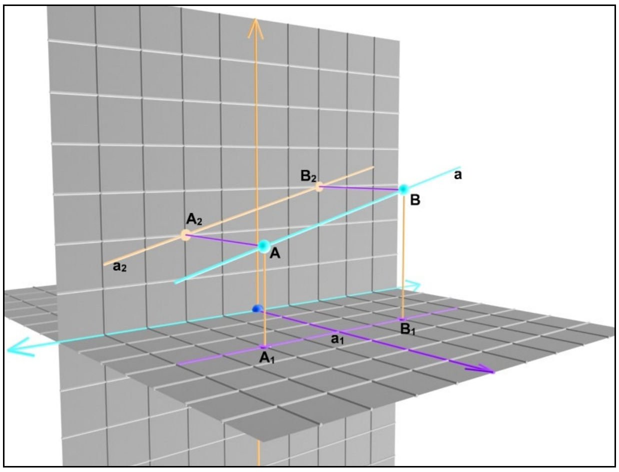


Obr. 4.02.00

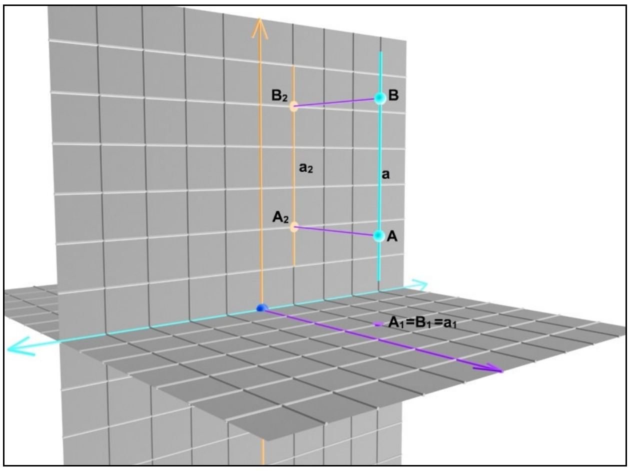


Obr. 4.02.01

c) Kolmá na - první průmětnu - první průmět se promítne jako bod, druhý ve skutečné velikosti (*Obr. 4.02.03*)
- druhou průmětnu - druhý průmět se promítne jako bod, první ve skutečné velikosti (*Obr. 4.02.04*)



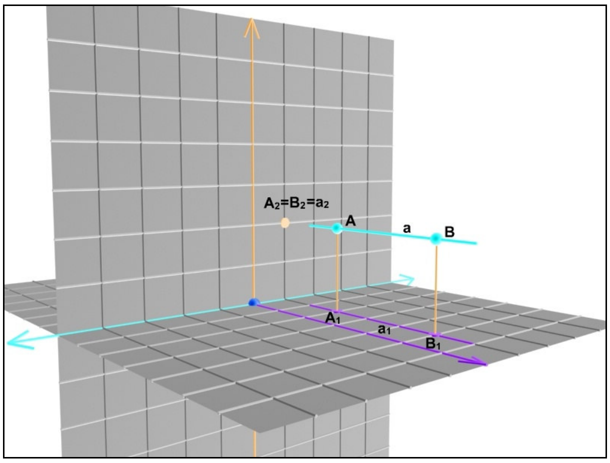
Obr. 4.02.02



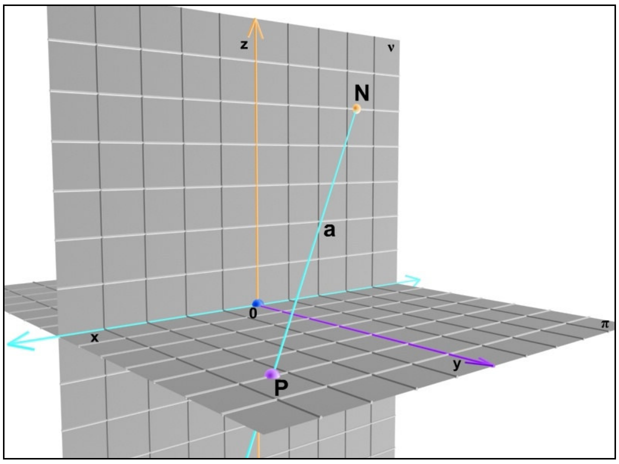
Obr. 4.02.03

4.03 Stopníky přímek

Stopník přímky je bod, ve kterém přímka protíná průmětnu. Obvykle bývají dva, jeden na první průmětně a druhý na druhé průmětně. Jako příklad si vezmeme přímku z první kapitoly a = AB[A(-20; 40; 10) B(20; 10; 40)]. Pro větší přehlednost nezobrazujeme body A,B ani jejich průměty. (*Obr. 4.03.00*)

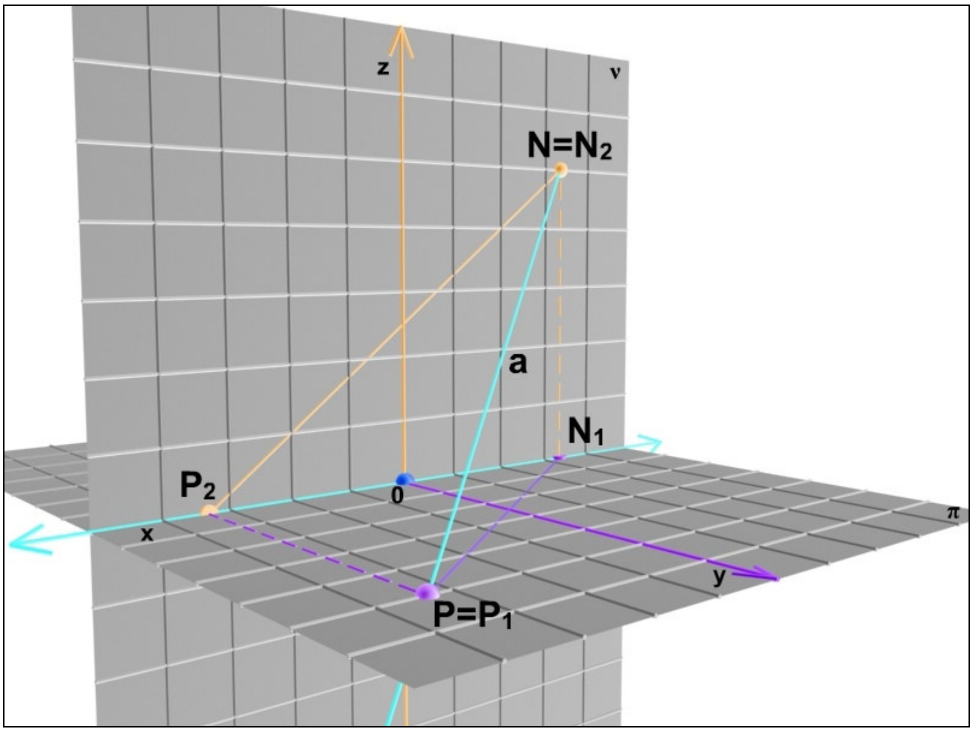


Obr. 4.02.04



Obr. 4.03.00

P … první stopník (průsečík s první průmětnou)
P1 … je první průmět prvního stopníku, promítá se přímo do bodu P
P2 … druhý průmět prvního stopníku, promítá se na osu x
N … druhý stopník (průsečík s druhou průmětnou)
N1 … první průmět druhého stopníku, promítá se na osu x
N2 … druhý průmět druhého stopníku, promítá se přímo do bodu N (*Obr. 4.03.01*)



Obr. 4.03.01

4.04 Dvě přímky

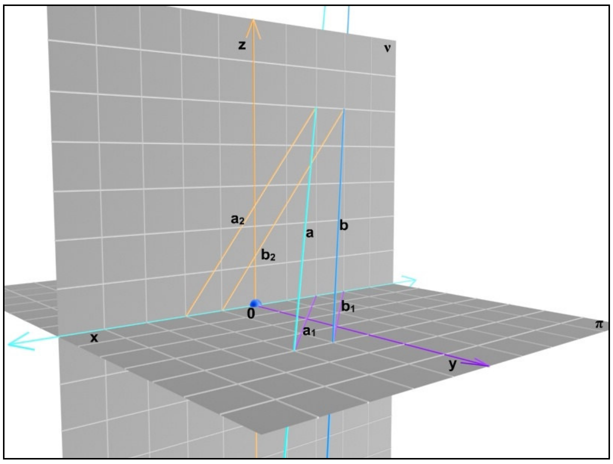
Dvě přímky mohou být k sobě navzájem: rovnoběžné, různoběžné nebo mimoběžné.

4.04.1 *Rovnoběžné přímky*

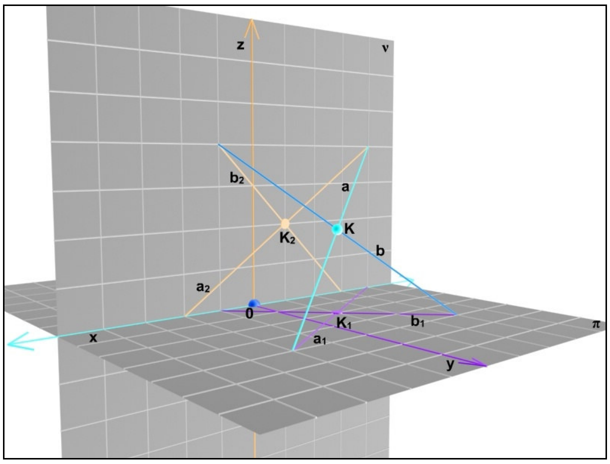
Jsou-li přímky rovnoběžné, jsou rovnoběžné v 1. i 2. průmětu. (*Obr. 4.04.00*)

4.04.2 *Různoběžné přímky*

Jsou-li dvě přímky různoběžné, mají jeden společný bod (průsečík), jehož průměty leží na ordinále. (*Obr. 4.04.01*)



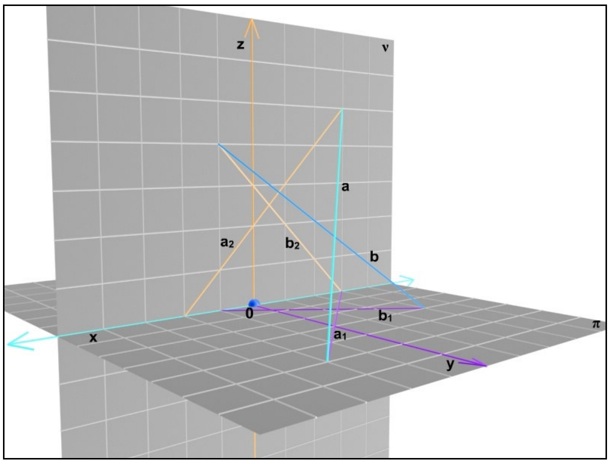
Obr. 4.04.00



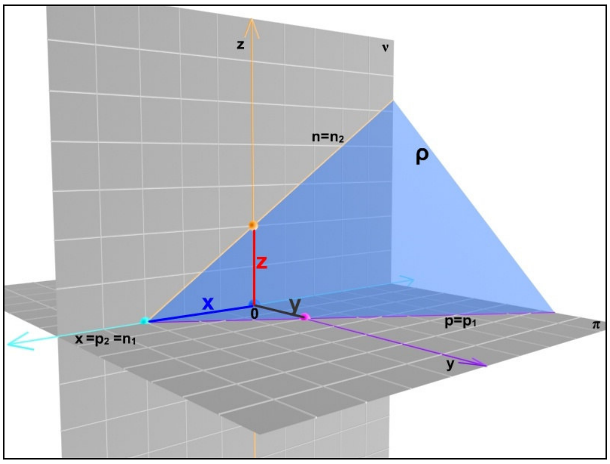
Obr. 4.04.01

4.04.3 *Mimoběžné přímky*

Definice - mimoběžky jsou přímky, které se neprotínají, jejich vzájemná vzdálenost v různých průmětech je různá
O průmětech - průmětem dvou mimoběžek jsou obecně dvě různoběžky; průsečíky jejich prvních i druhých průmětů neleží na ordinále, jedná se pouze o krycí body (*Obr. 4.04.02*)



Obr. 4.04.02



Obr. 4.05.00

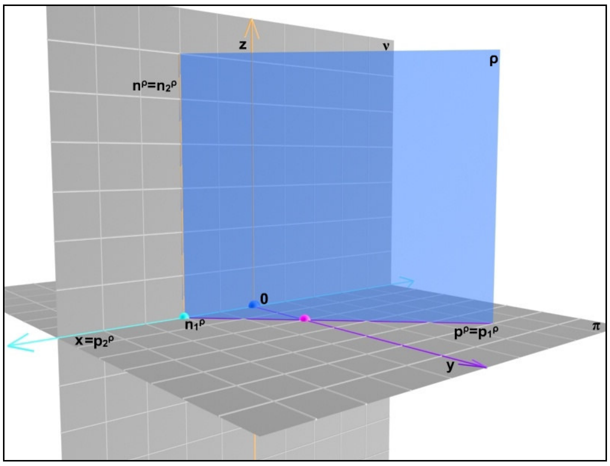
4.05 Stopy roviny, průměty rovin

Rovina v průmětnách je dána svými stopami, první a druhou.
První stopa **p**-průsečnice dané roviny s první průmětnou (půdorysnou).
Druhá stopa **n**-průsečnice dané roviny s druhou průmětnou (nárysnou). (*Obr. 4.05.00*)

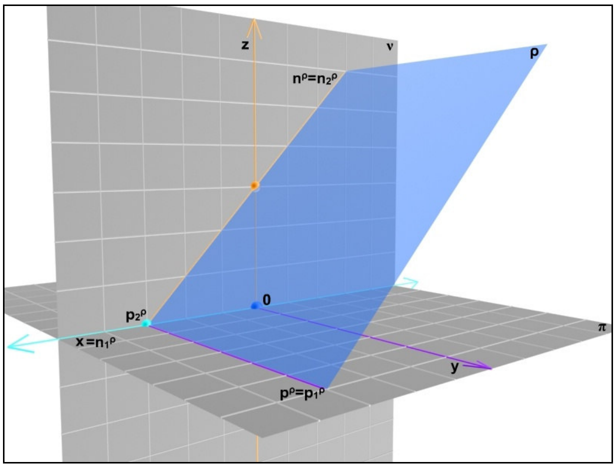
4.06 Zvláštní polohy rovin

a) Rovina je kolmá k první průmětně (půdorysně). (*Obr. 4.06.00*) Její souřadnice jsou (-20, 20, nekonečno).

b) Rovina je kolmá ke druhé průmětně (nárysně). (*Obr. 4.06.01*) Její souřadnice jsou (-30, nekonečno, 30).



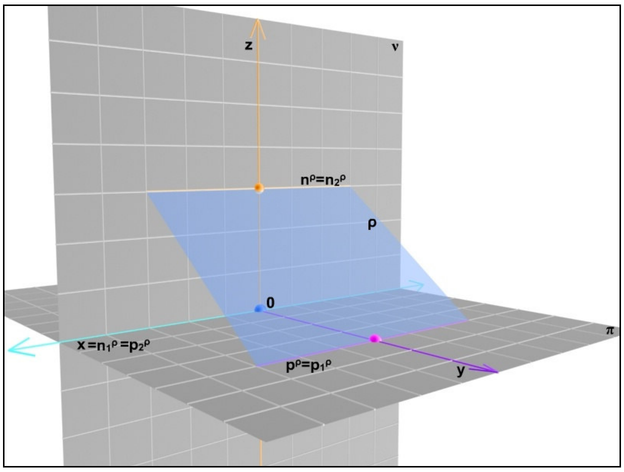
Obr. 4.06.00



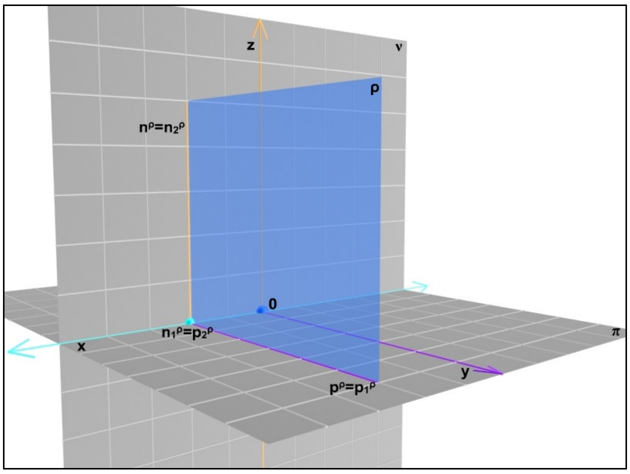
Obr. 4.06.01

c) Rovina je rovnoběžná s oběma průmětnami. (*Obr. 4.06.02*) Její souřadnice jsou (nekonečno, 40, 30).

d) Rovina je kolmá k oběma průmětnám. (*Obr. 4.06.03*) Její souřadnice jsou (-20, nekonečno, nekonečno).



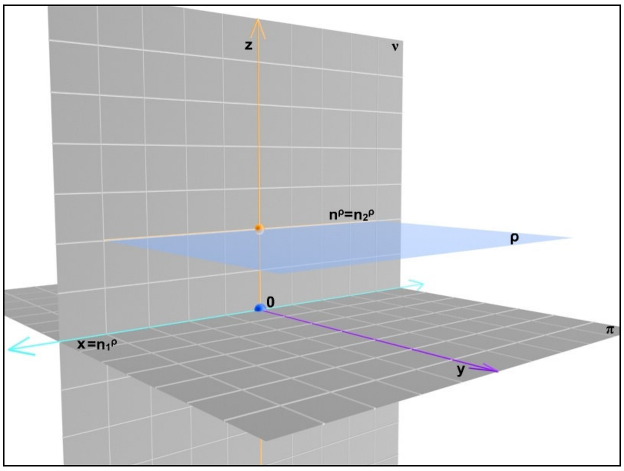
Obr. 4.06.02



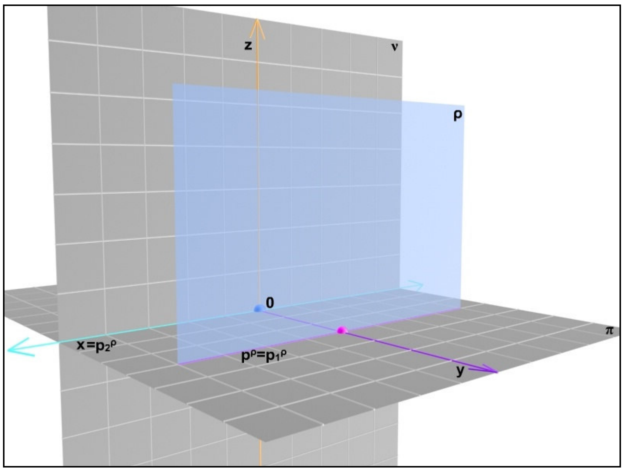
Obr. 4.06.03

e) Rovina je rovnoběžná s první průmětnou a zároveň kolmá ke druhé průmětně. Její souřadnice jsou (nekonečno, nekonečno, 20). (*Obr. 4.06.04*)

f) Rovina je rovnoběžná s druhou průmětnou a zároveň kolmá k první průmětně. Její souřadnice jsou (nekonečno, 30, nekonečno). (*Obr. 4.06.05*)



Obr. 4.06.04



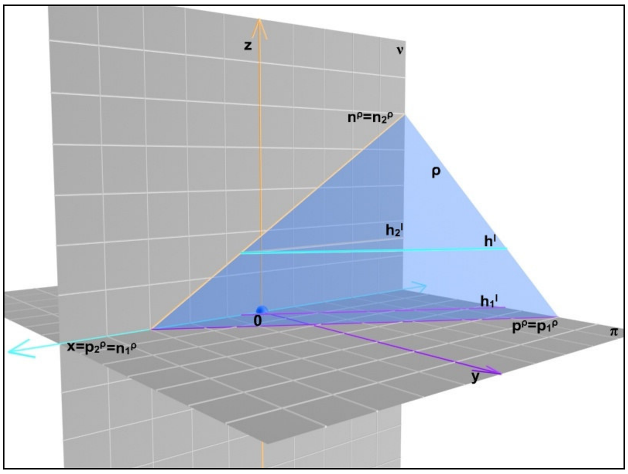
Obr. 4.06.05

4.07 Hlavní přímky

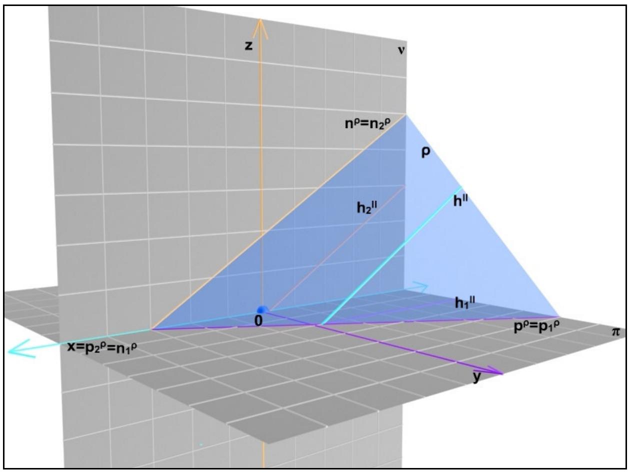
Hlavní přímka roviny leží v dané rovině a je rovnoběžná se stopou roviny.

a) Hlavní přímky první osnovy jsou rovnoběžné s první stopou roviny. Prvním průmětem je rovnoběžka s první stopou roviny a druhým průmětem je rovnoběžka s osou x. Značí se $\mathbf{h}^{\mathbf{I}}$. (*Obr. 4.07.00*)

b) Hlavní přímky druhé osnovy jsou rovnoběžné s druhou stopou roviny. Prvním průmětem je rovnoběžka s osou x a druhým průmětem je rovnoběžka s druhou stopou roviny. Značí se $\mathbf{h}^{\mathbf{II}}$. (*Obr. 4.07.01*)



Obr. 4.07.00

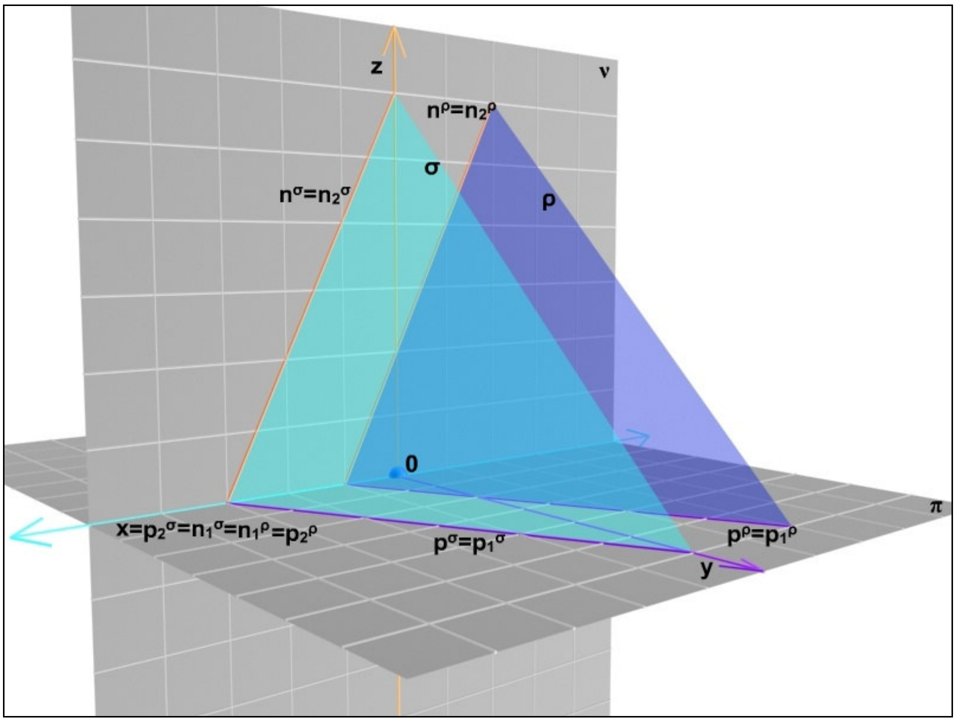


Obr. 4.07.01

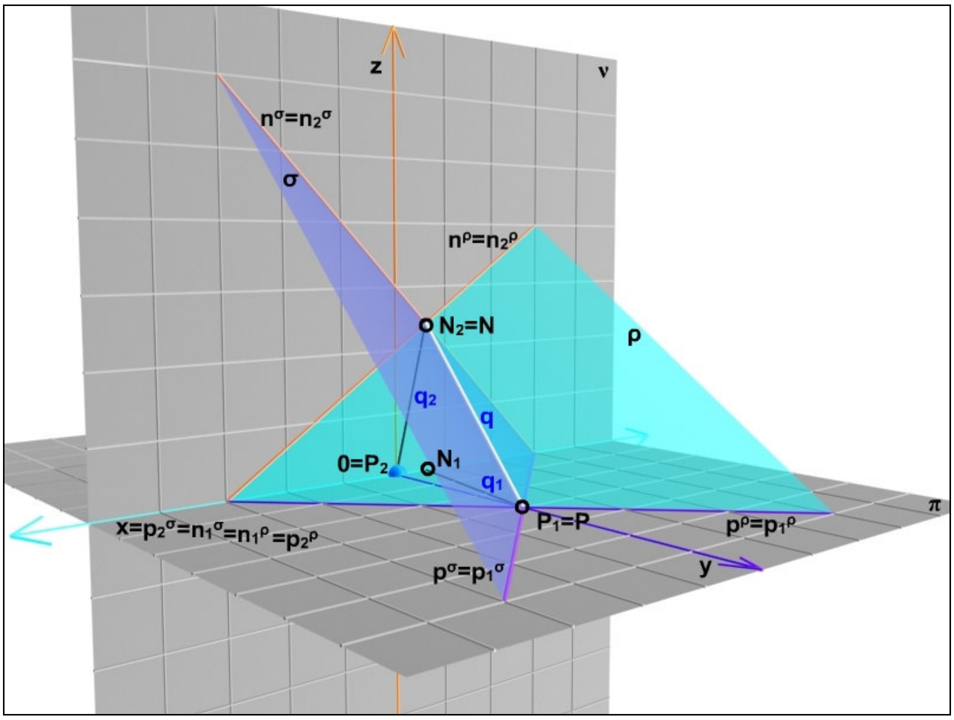
4.08 Vzájemná poloha rovin

4.08.1 *Rovnoběžné roviny*
Jsou-li dvě roviny rovnoběžné, jsou rovnoběžné také jejich stopy.
{souřadnice rovin jsou (10,20,20) a (30,60,60)} (*Obr. 4.08.00*)

4.08.2 *Různoběžné roviny*
Dvě různoběžné roviny mají společnou přímku, kterou nazýváme průsečnice.
{souřadnice rovin jsou (30,30,30) a (30,30,20)} (*Obr. 4.08.01*)



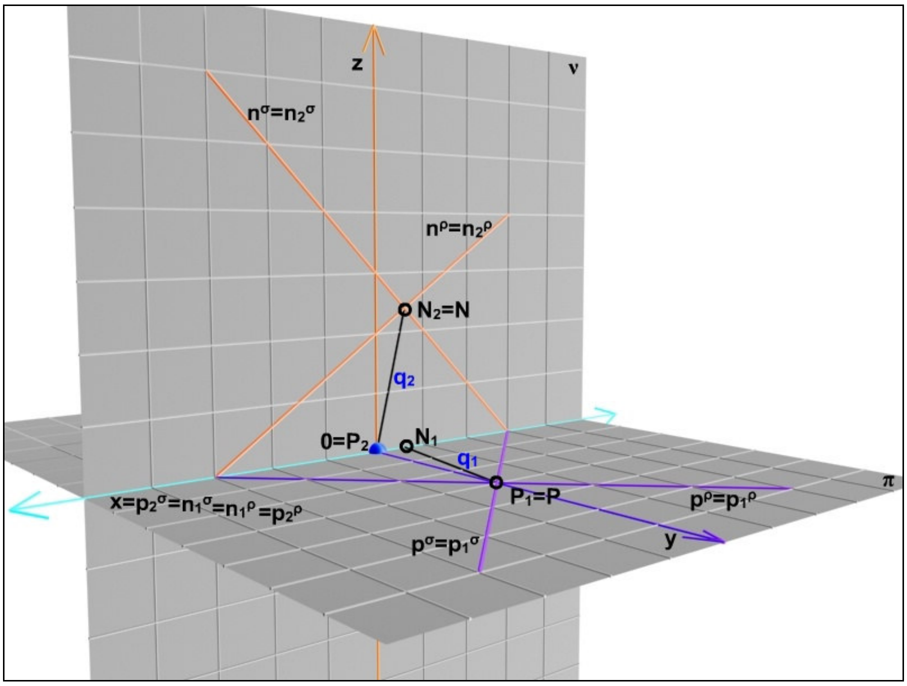
Obr. 4.08.00



Obr. 4.07.00

4.09 Průsečnice dvou rovin

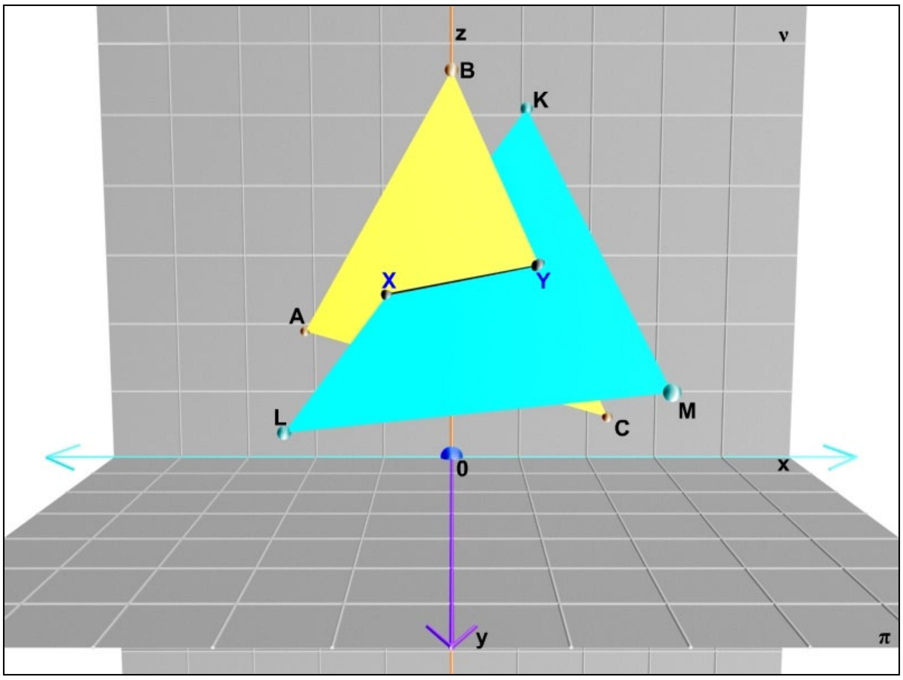
Stopníky přímky dané roviny leží na stopách této roviny. Průsečnice je přímka společná oběma rovinám. Stopníky průsečnice dvou rovin leží na stopách obou rovin. První stopník je průsečíkem prvních stop a druhý stopník průsečíkem druhých stop. (*Obr. 4.09.00*)



Obr. 4.09.00

4.10 Průsečnice dvou obrazců

Průsečnici tvoří body, které jsou oběma obrazcům společné. (*Obr. 4.10.00*)

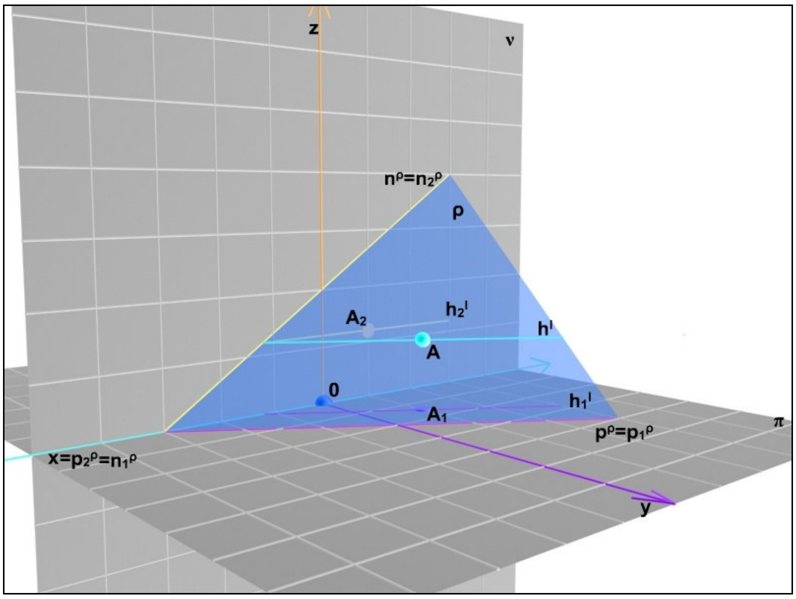


Obr. 4.10.00

4.11 Vzájemná poloha geometrických útvarů

4.11.1 *Bod a rovina*

Máme-li zjistit jestli v dané rovině leží daný bod, naskýtají se nám dva způsoby řešení:
1) Pomocí hlavních přímek: zvolíme vhodně položenou hl. přímku; pokud první a druhý průmět bodu leží v prvním a druhém průmětu přímky, pak bod v rovině leží. Pokud ne, leží bod mimo rovinu. (*Obr. 4.11.00*)
2) Pomocí spádových přímek, ale těm se budeme věnovat později.

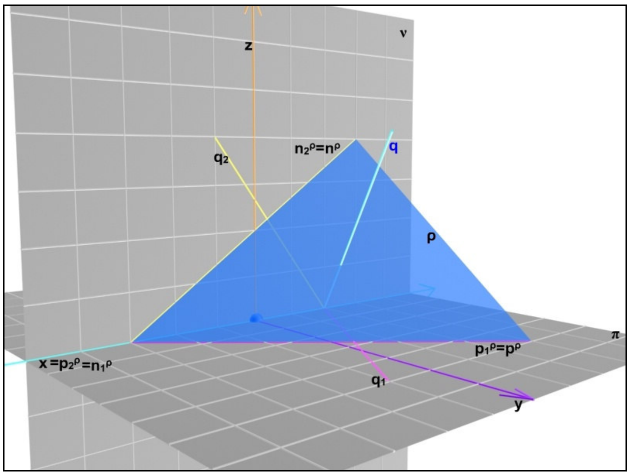


Obr. 4.11.00

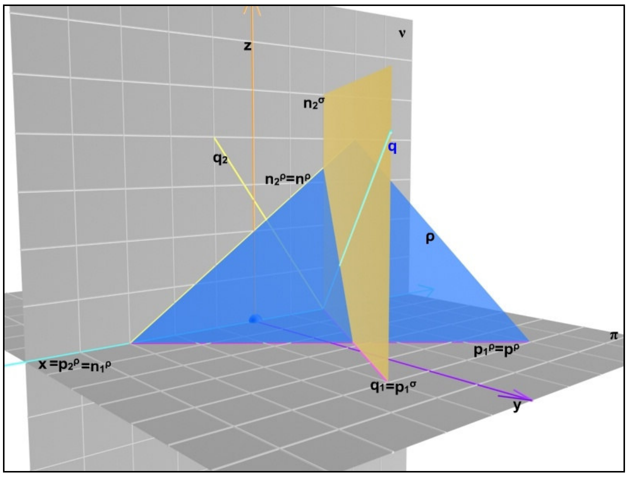
4.12 Přímka a rovinný obrazec

Přímka může být vůči rovině ve třech různých polohách:
1) Přímka leží v rovině
2) Přímka je s rovinou rovnoběžná
3) Přímka rovinu protíná

V našem případě přímka rovinu protíná. (*Obr. 4.12.00*) Abychom našli průsečík, zvolíme pomocnou rovinu, která bude mít první stopu shodnou s prvním průmětem přímky a bude kolmá k první průmětně. (*Obr. 4.12.01*)

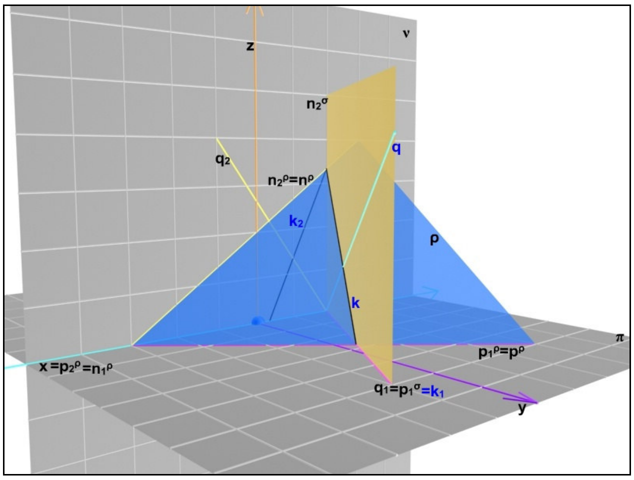


Obr. 4.12.00

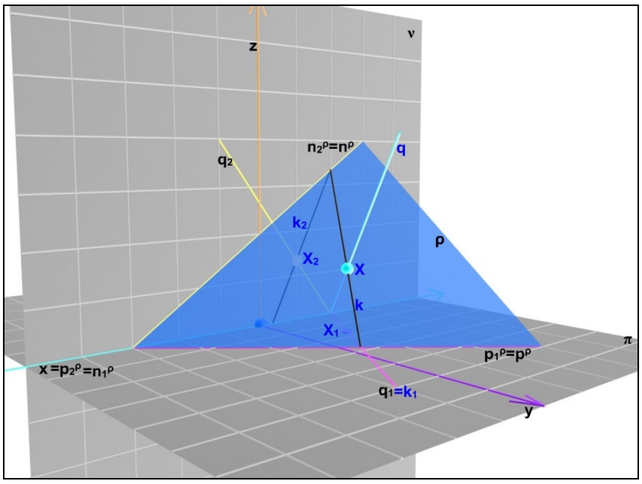


Obr. 4.12.01

Poté najdeme průsečnici **k** zadané a pomocné roviny. (*Obr. 4.12.02*) Průsečík leží v místě, kde se protíná průsečnice s přímkou. (Pomocnou rovinu pro přehlednost nezobrazujeme.) (*Obr. 4.12.03*)



Obr. 4.12.02



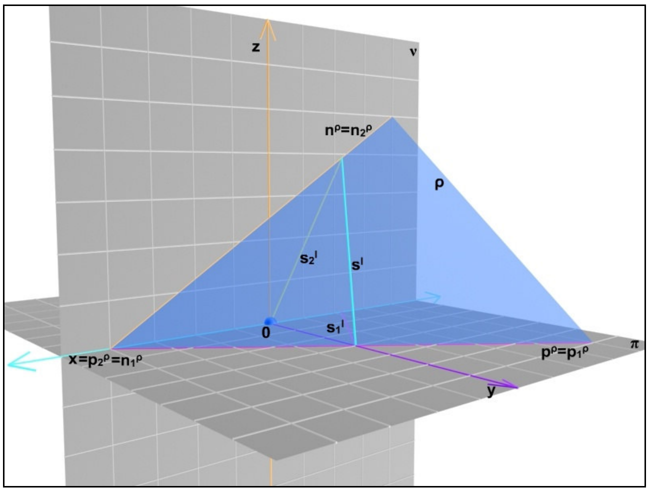
Obr. 4.12.03

4.13 Spádové přímky

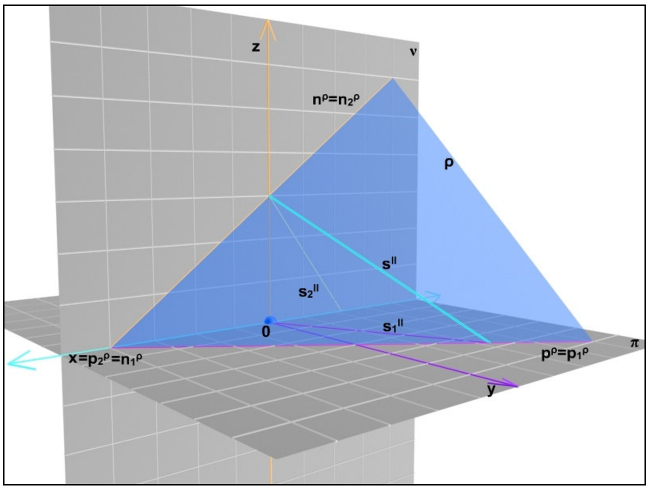
Obecně: Spadová přímka je taková, která leží v dané rovině a je kolmá na jednu z jejích stop. Rozeznáváme tyto dva druhy:

1) Spádové přímky první osnovy: Přímka leží v rovině a je kolmá k první stopě roviny. (*Obr. 4.13.00*)

2) Spádové přímky druhé osnovy: Přímka leží v rovině a je kolmá ke druhé stopě roviny. (*Obr. 4.13.01*)



Obr. 4.13.00

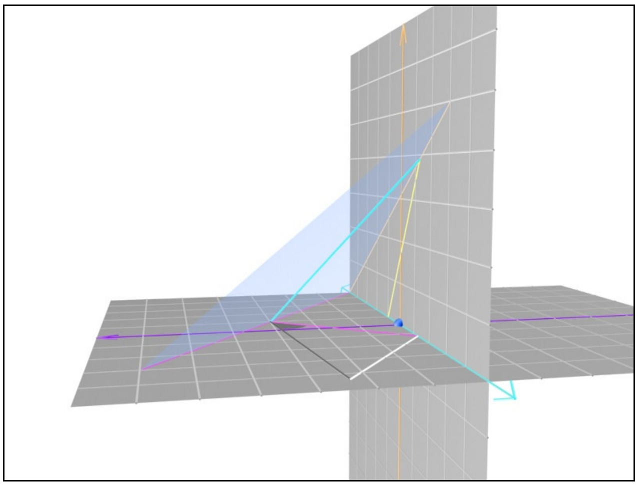


Obr. 4.13.01

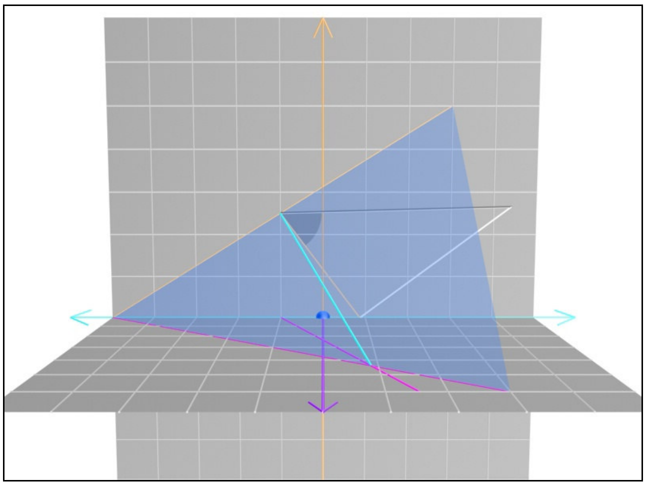
4.14 Odchylka roviny od průmětny

1) Odchylka od první průmětny: Abychom našli odchylku přímky od první průmětny, musíme si přímku do této průmětny sklopit. Odchylka je potom stejná jako úhel mezi sklopenou přímkou a prvním průmětem přímky. (*Obr. 4.14.00*)

2) Odchylka od druhé průmětny: Odchylku přímky od druhé průmětny najdeme sklopením přímky do této průmětny. Hledaná odchylka je potom stejná jako úhel mezi sklopenou přímkou a druhým průmětem přímky. (*Obr. 4.14.01*)



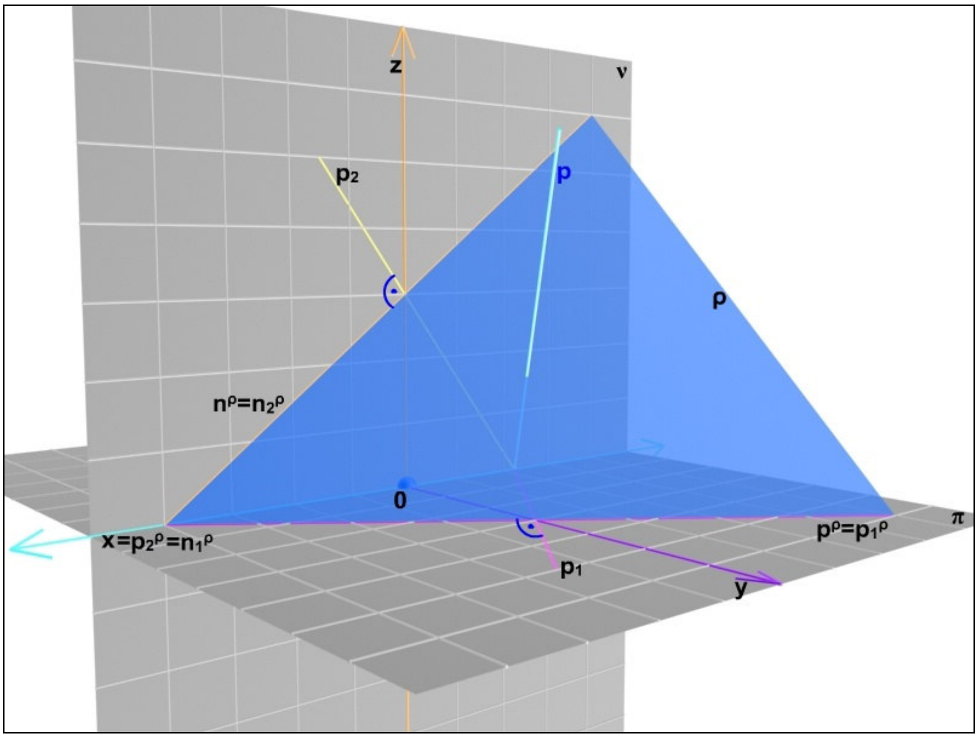
Obr. 4.14.00



Obr. 4.14.01

4.15 Přímka kolmá k rovině

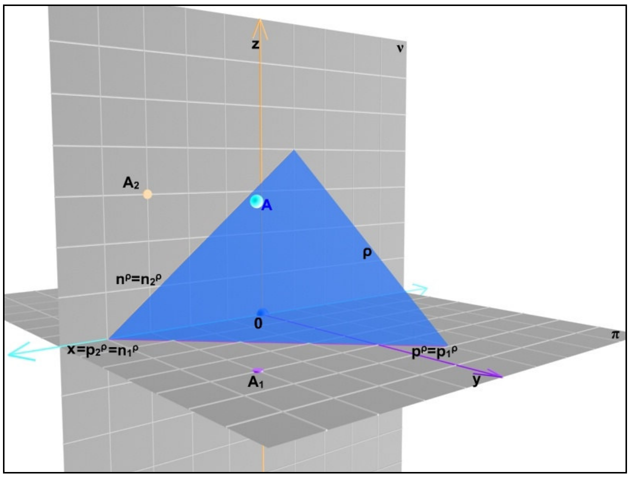
První průmět přímky kolmé k rovině je kolmý k první stopě roviny. Druhý průmět přímky kolmé k rovině je kolmý k druhé stopě roviny. (*Obr. 4.15.00*)



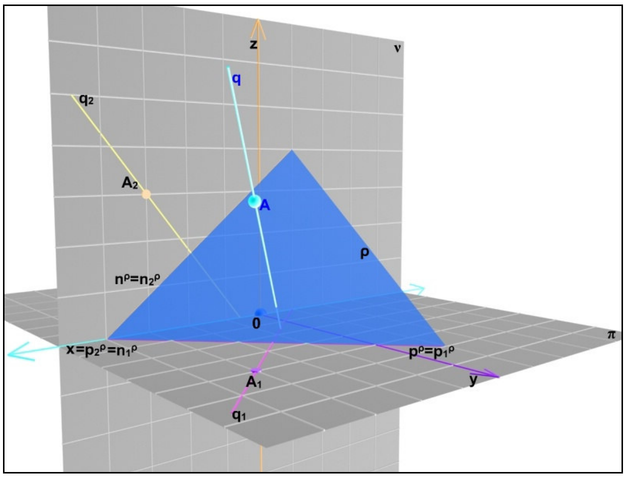
Obr. 4.15.00

4.16 Vzdálenost bodu od roviny

Máme zadány souřadnice bodu a roviny. (*Obr. 4.16.00*) Abychom zjistili jakou má bod od roviny vzdálenost, vedeme bodem přímku, která je zároveň kolmá k rovině. (*Obr. 4.16.01*)

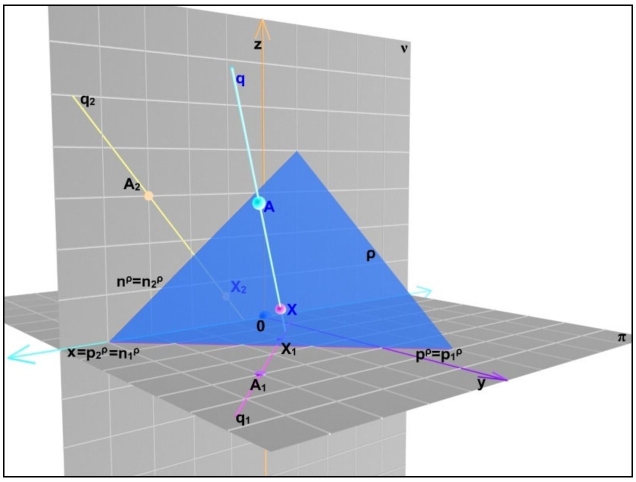


Obr. 4.16.00

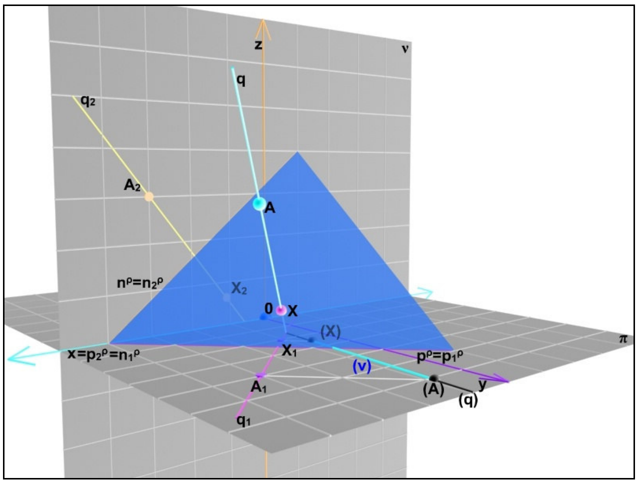


Obr. 4.16.01

Najdeme si průsečík přímky a roviny. (*Obr. 4.16.02*) Sklopíme nejprve bod a poté také průsečík. Oba body spojíme. (*Obr. 4.16.03*) Vzdálenost sklopených bodů v první průmětně je rovna vzdálenosti obou bodů v prostoru.



Obr. 4.16.02

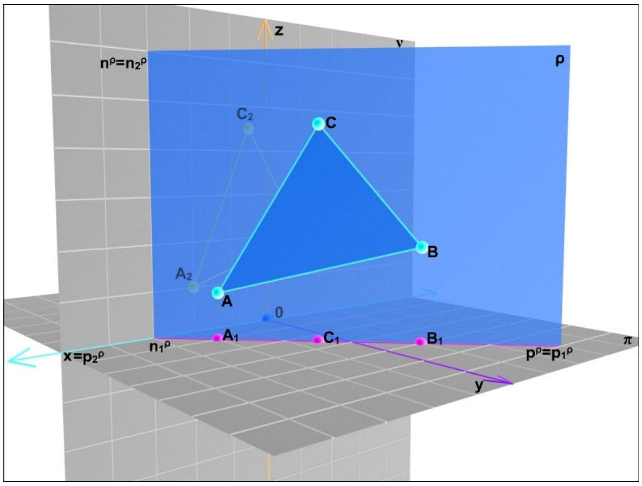


Obr. 4.16.03

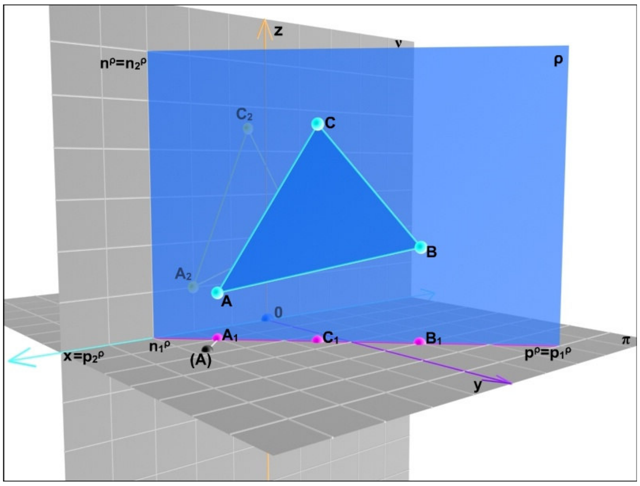
5) PRŮMĚTY ROVINNÝCH ÚTVARŮ

5.01 Sklápění trojúhelníku

Mluvíme-li o sklápění, znamená to, že chceme najít „skutečnou velikost" nějakého objektu ležícího v rovině, kolmé na jednu z průměten. Nejlepší bude asi názorná ukázka… Máme zadánu rovinu kolmou k první průmětně, ve které leží trojúhelník. Jak vidíme průměty tohoto trojúhelníku jsou zkreslené. (*Obr. 5.01.00*)

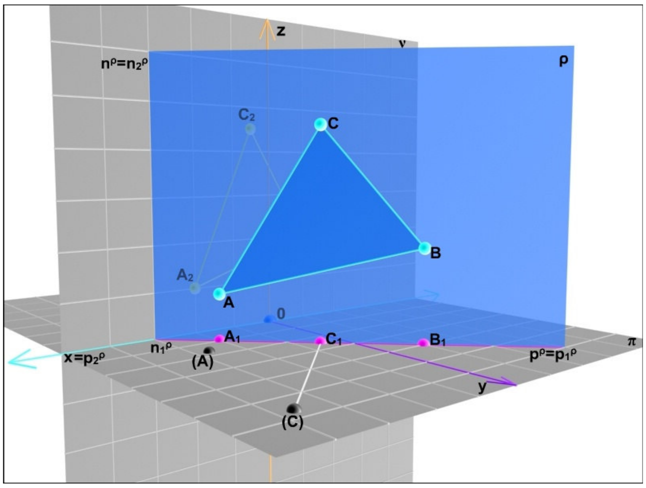


Obr. 5.01.00

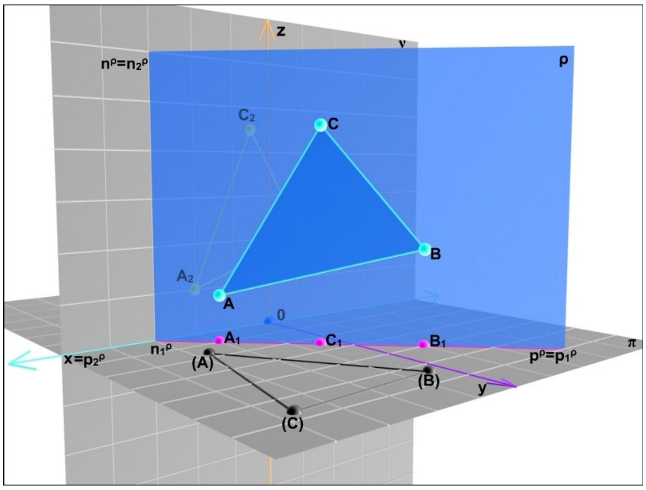


Obr. 5.01.01

Abychom dostali skutečné rozměry daného trojúhelníku, musíme ho tzv. sklopit. V našem případě sklápíme do první průmětny. Nejprve sklopíme první (*Obr. 5.01.01*), pak druhý (*Obr. 5.01.02*) a nakonec i třetí bod. Teď už stačí jen všechny tři body spojit a skutečná velikost je na světě. Z tohoto pohledu jste nejspíš vůbec nepochopili k čemu vlastně to sklápění je. Nevadí nevěšte hlavu. Tato metoda má význam, když rýsujete v sešitě, takže si přepněte na rýsování a hned vám to bude jasné. (*Obr. 5.01.03*)



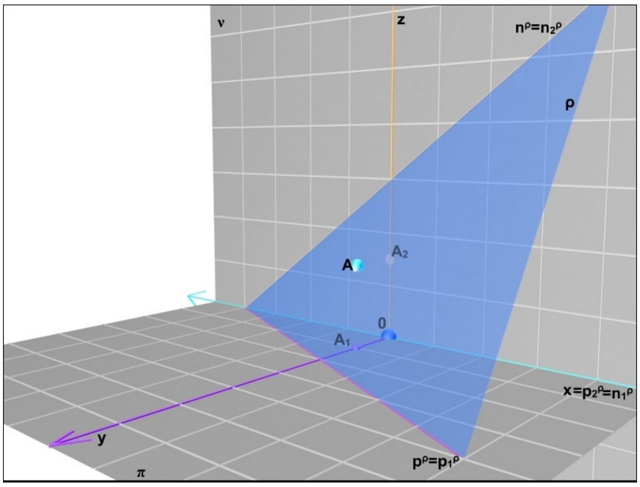
Obr. 5.01.02



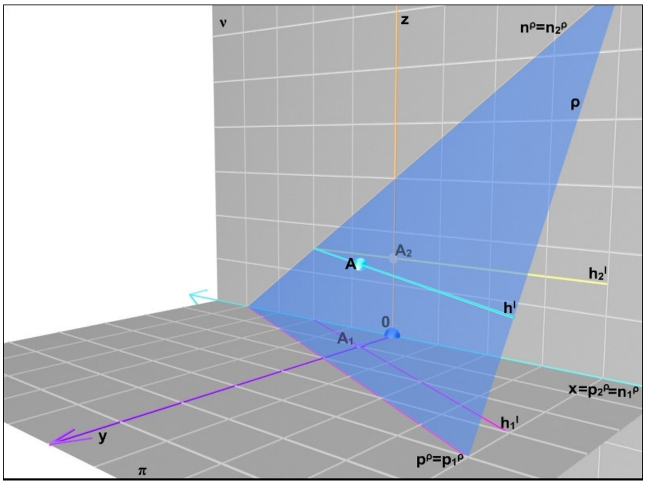
Obr. 5.01.03

5.02 Otáčení

Na rozdíl od sklápění, otáčíme z rovin, které nejsou kolmé ani k jedné z průměten. V našem případě se jedná o rovinu (-40; 20; 30). V rovině máme bod A(0; ?; 15). (*Obr. 5.02.00*) Abychom našli první průmět bodu, použijeme hlavní přímku první osnovy. (*Obr. 5.02.01*)

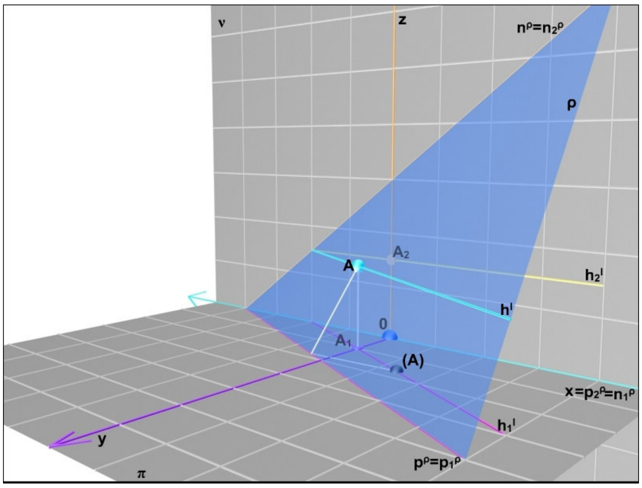


Obr. 5.02.00

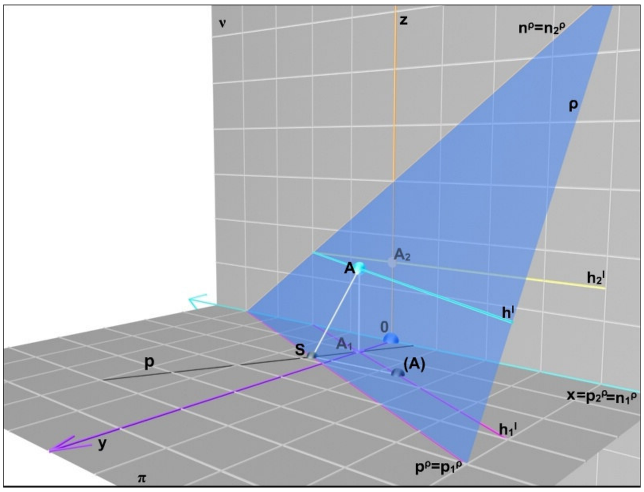


Obr. 5.02.01

Dále musíme bod sklopit do první průmětny (půdorysny) a to ve směru hlavní přímky. (V praxi to znamená, že naneseme ypsilonovou souřadnici bodu na první průmět hl. přímky.) (*Obr. 5.02.02*) V místě, kde se protíná přímka p kolmá k první stopě roviny, vedená prvním průmětem bodu A, s první stopou roviny, dostaneme střed otáčení S_A. (*Obr. 5.02.03*) (Předchozí větu doporučuji přečíst raději víckrát. Není to těžké, jen trochu zamotané.)

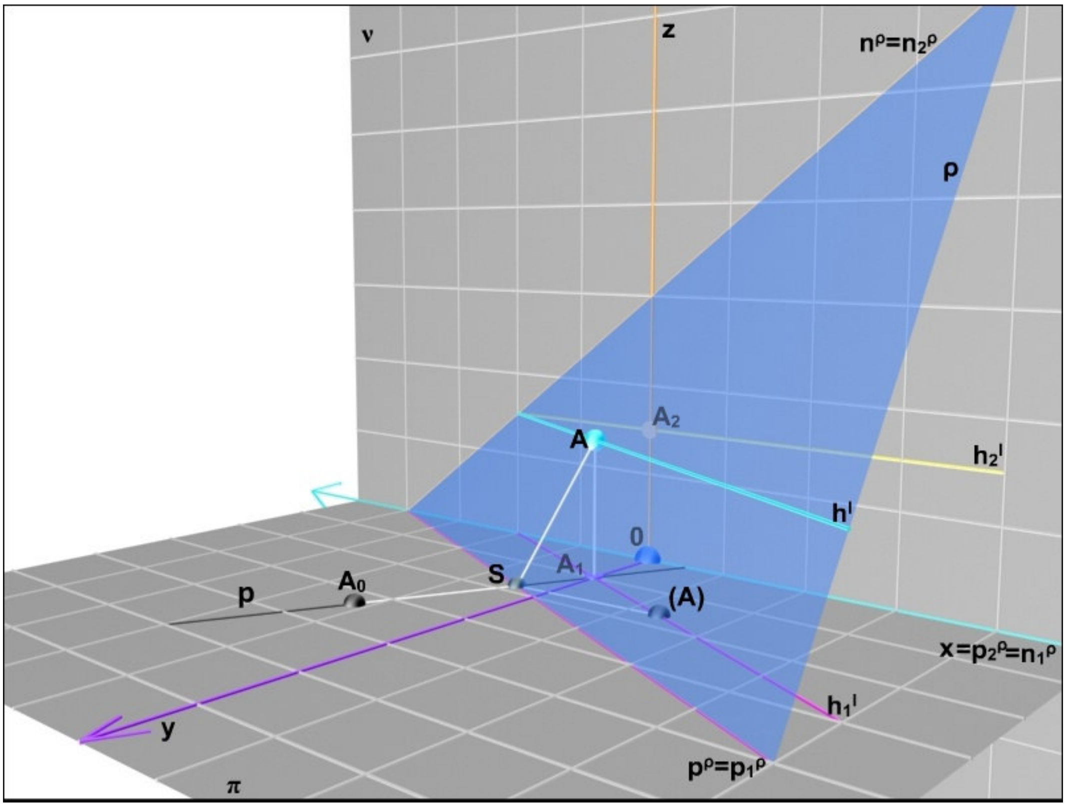


Obr. 5.02.02



Obr. 5.02.03

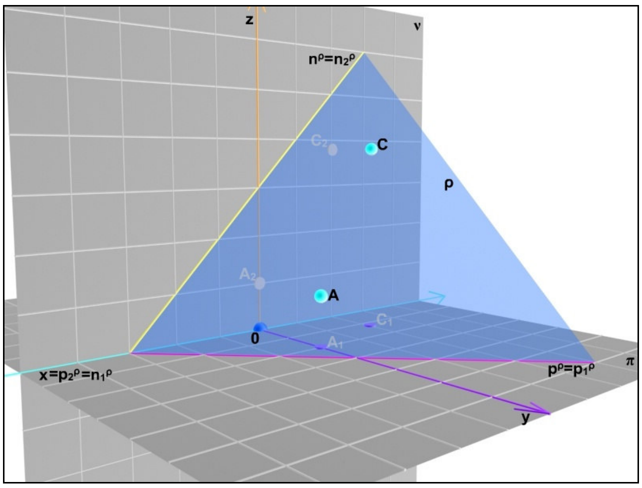
Do středu otáčení zabodneme pomyslné kružítko a otočíme podle něj sklopený bod A. Tam kde nám kružnice protíná přímku p dostáváme otočený bod A. Otáčení, stejně jako sklápění používáme, chceme-li najít skutečnou velikost obrazce ležícího v rovině. Proto vám asi připadá otáčení jednoho bodu zbytečné. Nicméně si myslíme, že pro vysvětlení problematiky otáčení je jeden bod plně dostačující. (*Obr. 5.02.04*)



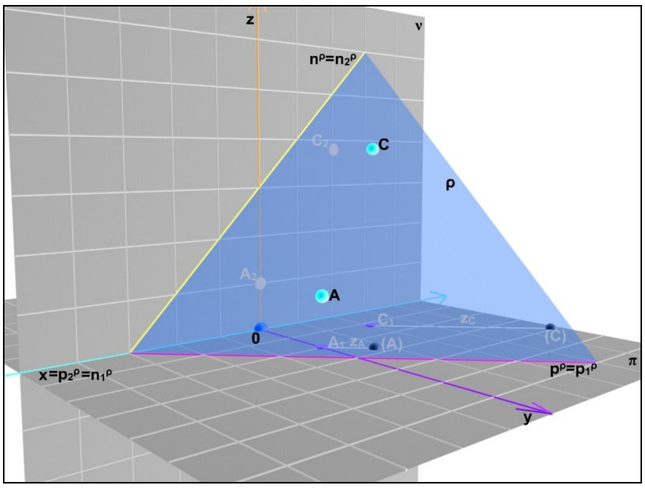
Obr. 5.02.04

5.03 Afinita

V rovině (-30; 30; 30) leží dva body A,C. Víme, že tyto body jsou protějšími vrcholy čtverce a naším úkolem je tento čtverec zkonstruovat. (*Obr. 5.03.00*) Začneme tím, že oba body sklopíme do první průmětny… (*Obr. 5.03.01*)

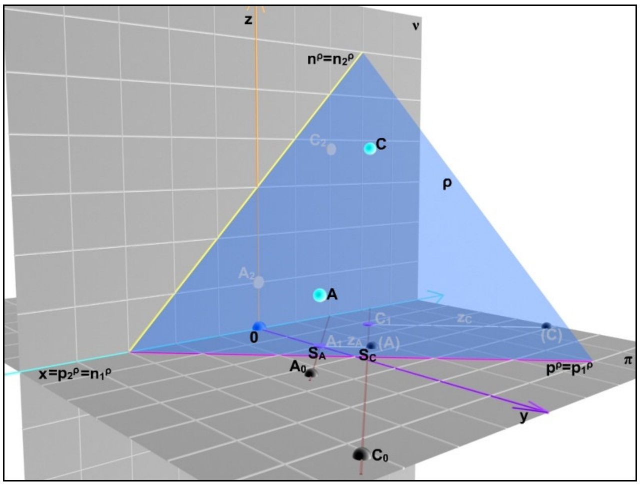


Obr. 5.03.00

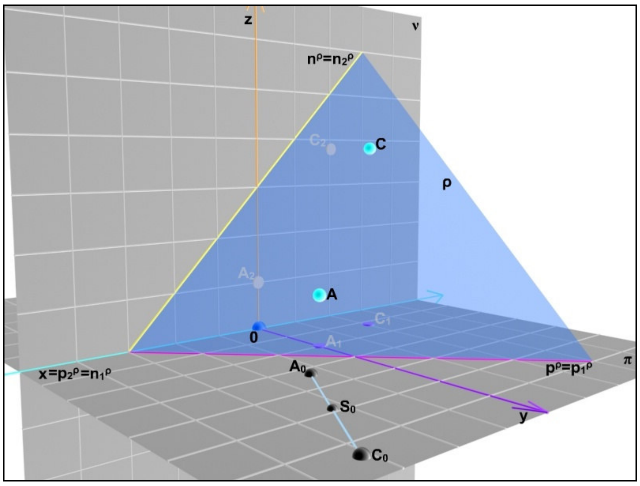


Obr. 5.03.01

… a následně je otočíme na kolmice (viz. předchozí kapitola Otáčení). (*Obr. 5.03.02*) Najdeme bod S_0, který je středem mezi body A_0,C_0. (*Obr. 5.03.03*)

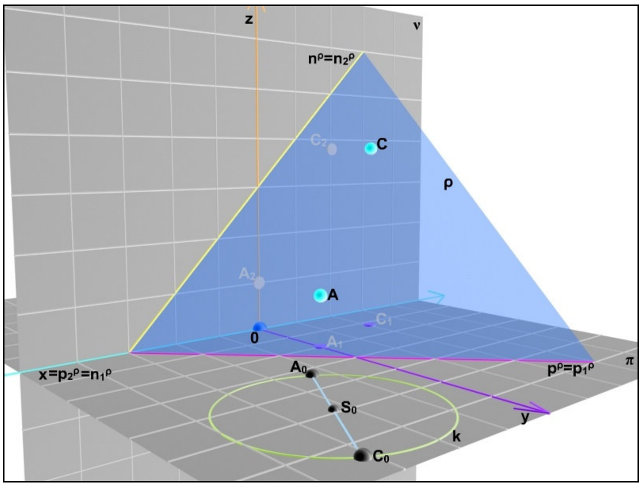


Obr. 5.03.02

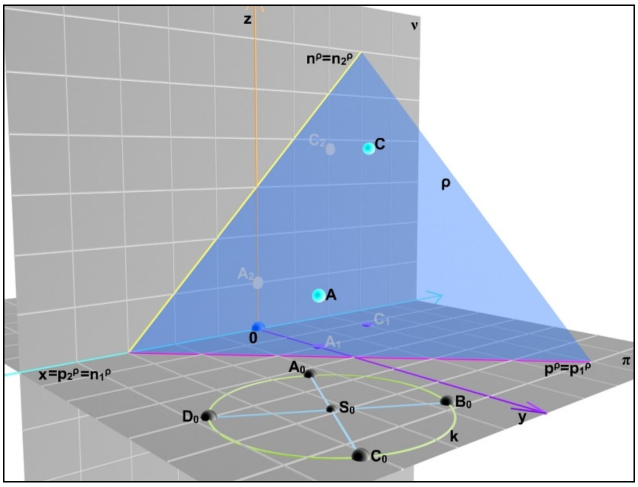


Obr. 5.03.03

Opíšeme kružnici se středem S_0, procházející A_0,C_0. (*Obr. 5.03.04*) V místech, kde kružnici protne přímka kolmá ke spojnici bodů A_0,C_0 dostaneme body B_0,D_0. (*Obr. 5.03.05*)

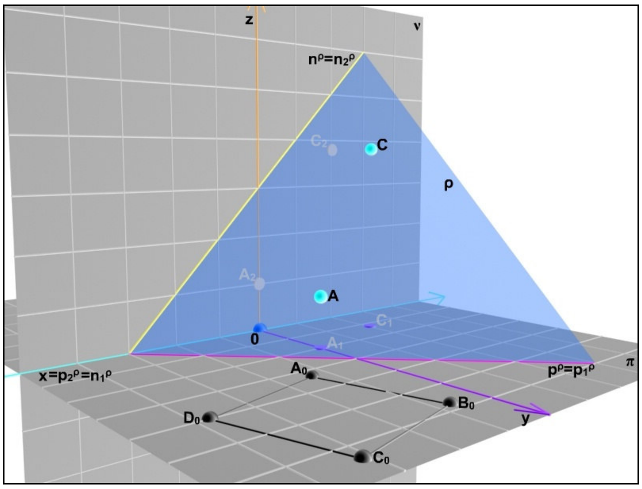


Obr. 5.03.04

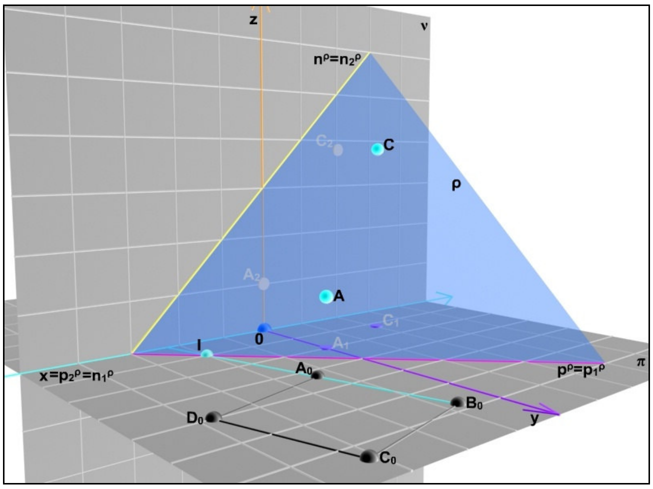


Obr. 5.03.05

Tyto body jsou hledané vrcholy čtverce. Spojením všech čtyř bodů vznikne otočený čtverec. (*Obr. 5.03.06*) Teď je ještě potřeba otočit čtverec zpět do roviny, k čemuž se používá afinita. Sestrojíme pomocnou přímku procházející body A_0,B_0. V místně průniku pomocné přímky a první stopy roviny leží pomocný bod 1. (*Obr. 5.03.07*)

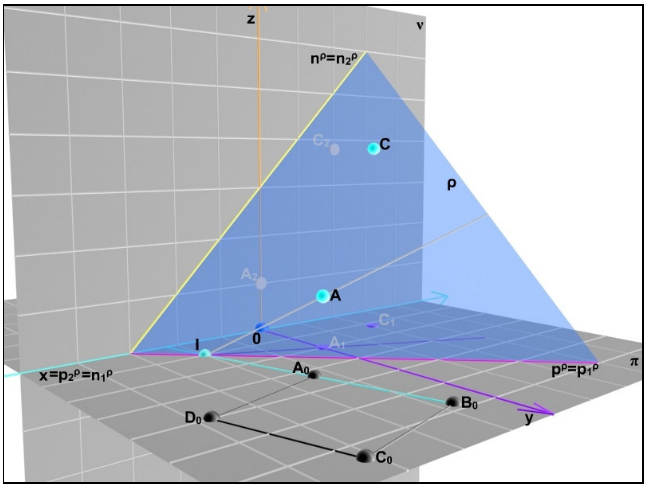


Obr. 5.03.06

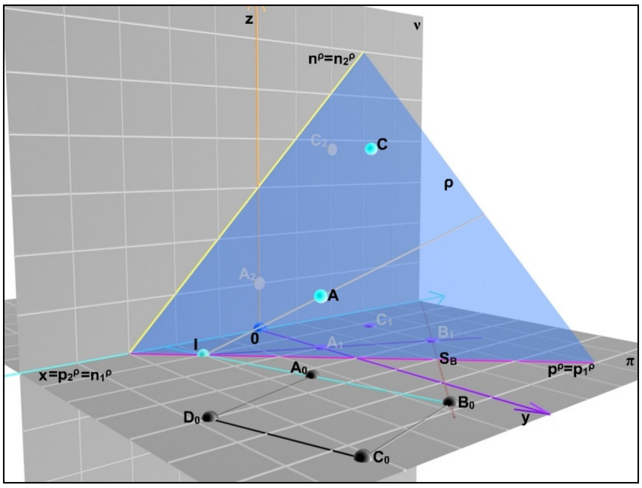


Obr. 5.03.07

Další přímka, kterou budeme potřebovat vznikne spojením pomocného bodu 1 a prvního průmětu bodu A_0. Pracovně ji nazveme např. 1A. (*Obr. 5.03.08*) První průmět hledaného bodu B leží na průsečíku přímky 1A a kolmice k první stopě vedené bodem B_0. (*Obr. 5.03.09*)

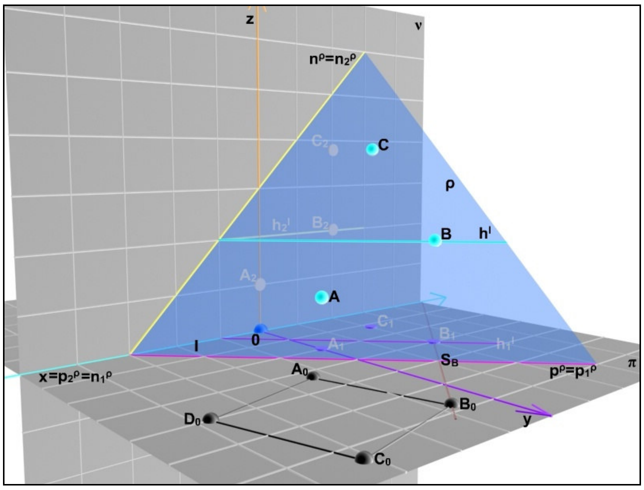


Obr. 5.03.08

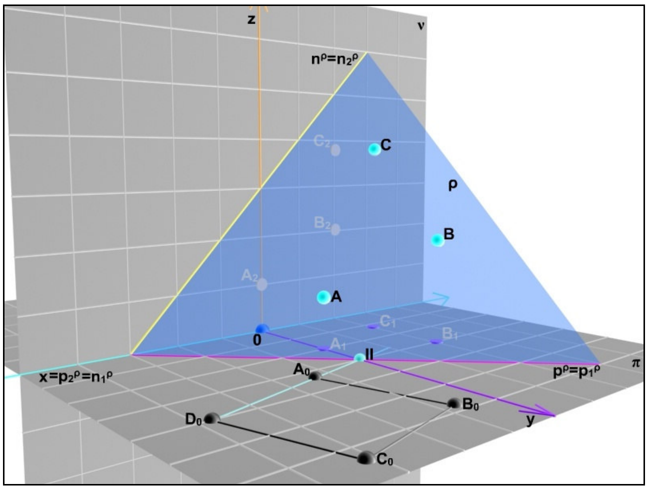


Obr. 5.03.09

Druhý průmět B dostaneme pomocí hlavní přímky. (*Obr. 5.03.10*) Tentýž postup zopakujeme při hledání bodu D. Spojíme A_0 s D_0 a v místě kde protneme první stopu roviny, dostaneme pomocný bod 2. (*Obr. 5.03.11*)

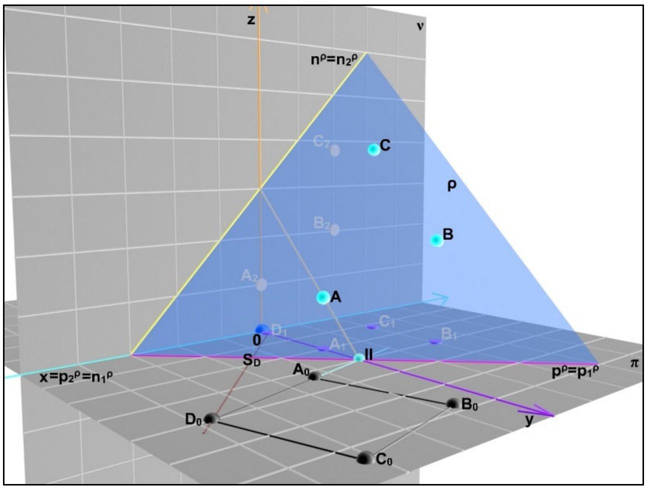


Obr. 5.03.10

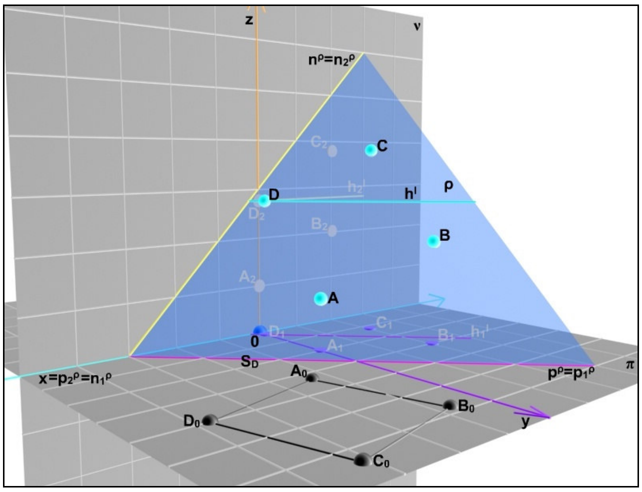


Obr. 5.03.11

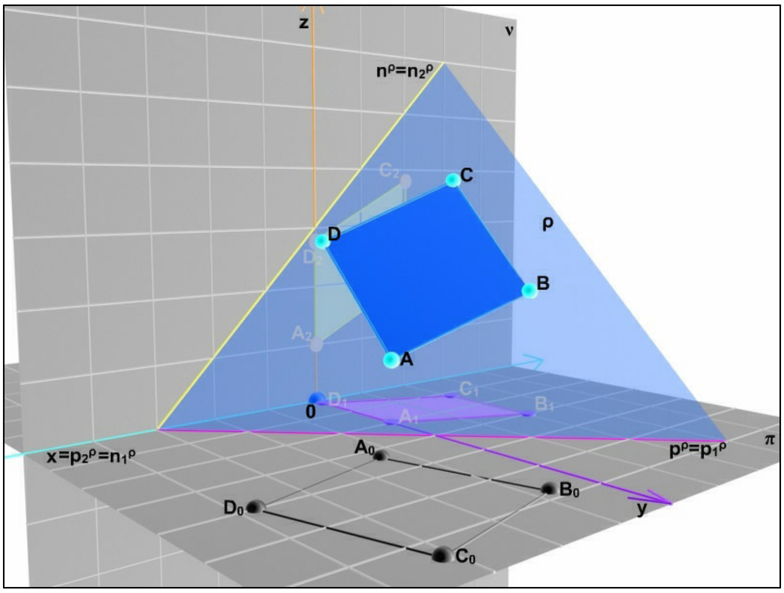
První průmět bodu D leží na průniku přímky spojující bod A s bodem 2 a kolmici k první stopě roviny vedené bodem D_0. (*Obr. 5.03.12*) K nalezení druhého průmětu D opět použijeme hlavní přímku. (*Obr. 5.03.13*) Spojíme všechny čtyři body a čtverec je na světě. (*Obr. 5.03.14*)



Obr. 5.03.12



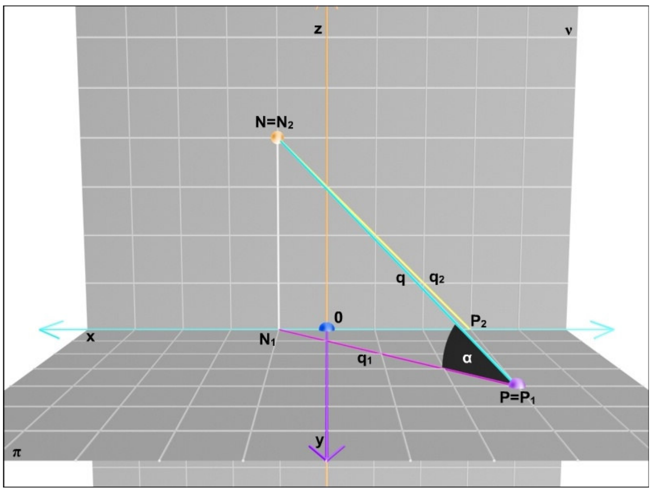
Obr. 5.03.13



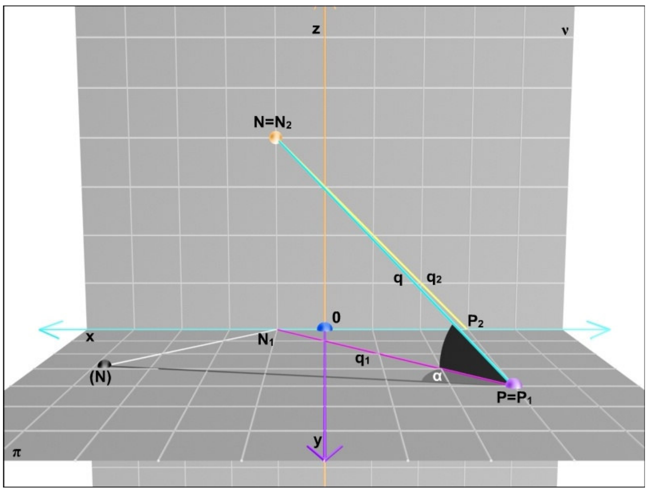
Obr. 5.03.14

5.04 Úhel přímky s průmětnou

Máme přímku p v obecné poloze. Chceme-li zjistit její odchylku od první průmětny musíme postupovat následovně: Najdeme si její stopníky. (*Obr. 5.04.00*)



Obr. 5.04.00

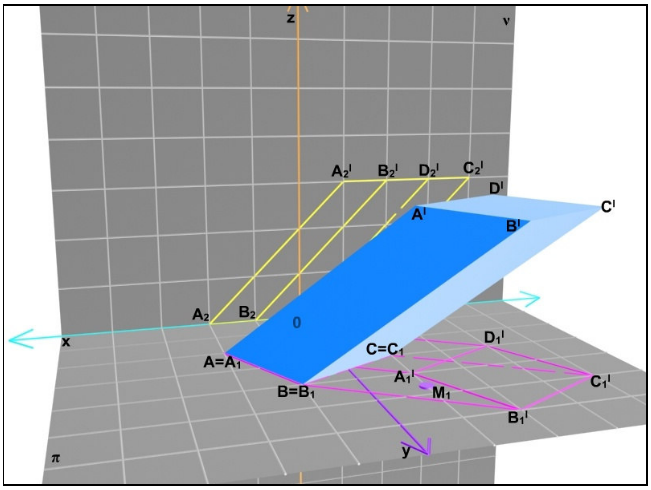


Obr. 5.04.01

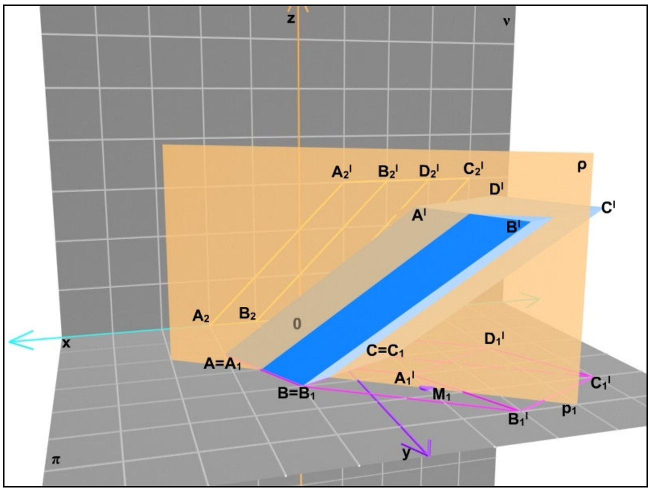
V místě, kde přímka p protíná druhou průmětnu (druhý stopník), k ní uděláme kolmici. Na tuto kolmici poté naneseme ypsilonovou souřadnici bodu N (druhého stopníku). Odchylka přímky p od průmětny, je potom shodná s odchylkou první stopy přímky a přímky procházející sklopeným stopníkem N_0 a prvním stopníkem P_1. (*Obr. 5.04.01*)

5.05 Kosý hranol

Máme zadán kosý hranol. Známe souřadnice prvního průmětu bodu A, o kterém víme, že leží ve stěně daného hranolu. (Konkrétně to ve stěně, která je „nejblíže“ k nám.) (*Obr. 5.05.00*) Pokud máme najít i druhý průmět, musíme vést krycí rovinu tak, aby nám její první stopa protínala první průmět bodu A. (*Obr. 5.05.01*)

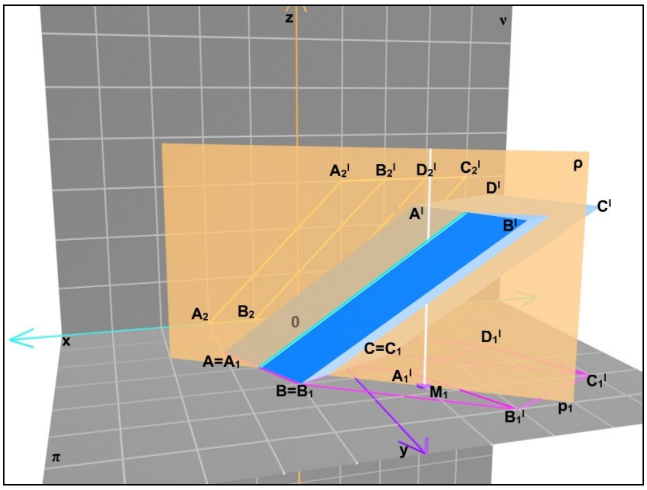


Obr. 5.05.00

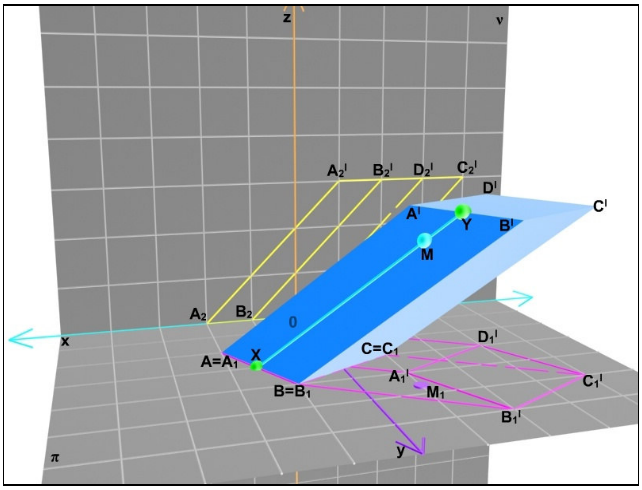


Obr. 5.05.01

Rovina nám protne stěnu hranolu (tu, ve které leží bod) a tím dostaneme krycí přímku. (*Obr. 5.05.02*) V místech, kde krycí přímka protíná hrany hranolu, vznikají průsečíky X a Y. (*Obr. 5.05.03*)

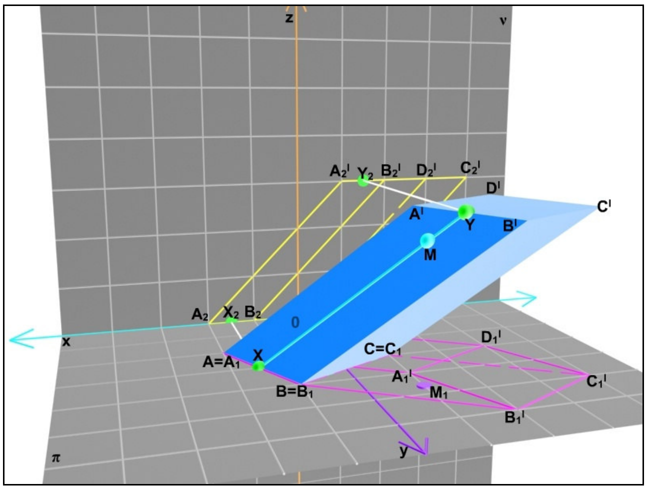


Obr. 5.05.02

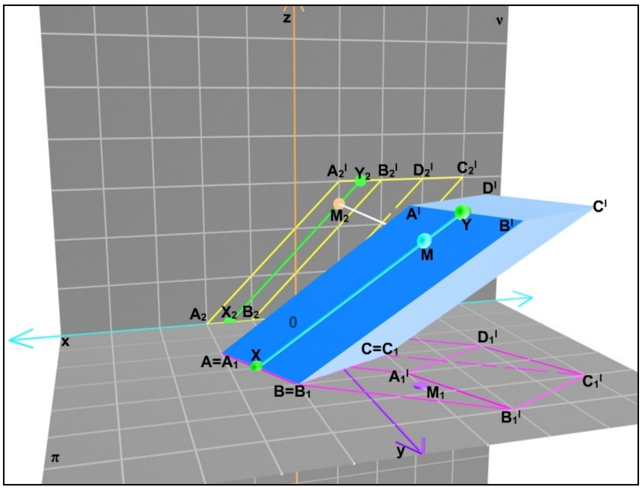


Obr. 5.05.03

Na ordinálách najdeme druhé průměty průsečíků. (*Obr. 5.05.04*) Spojíme-li druhé průměty obou průsečíků, získáme tím druhý průmět krycí přímky p. Právě na něm leží na ordinále hledaný druhý průmět bodu A. (*Obr. 5.05.05*)

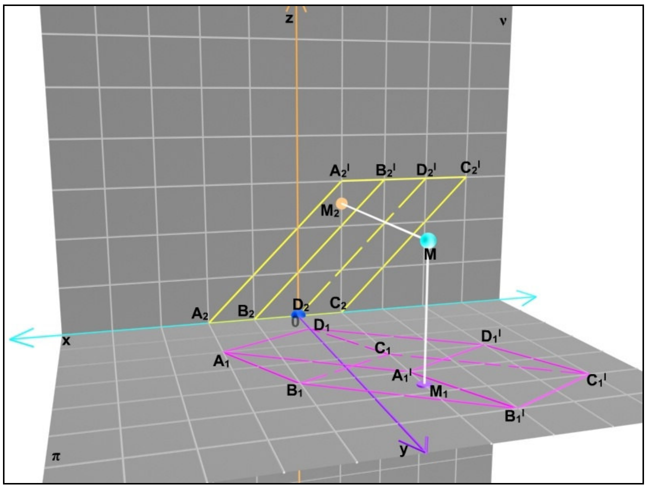


Obr. 5.05.04

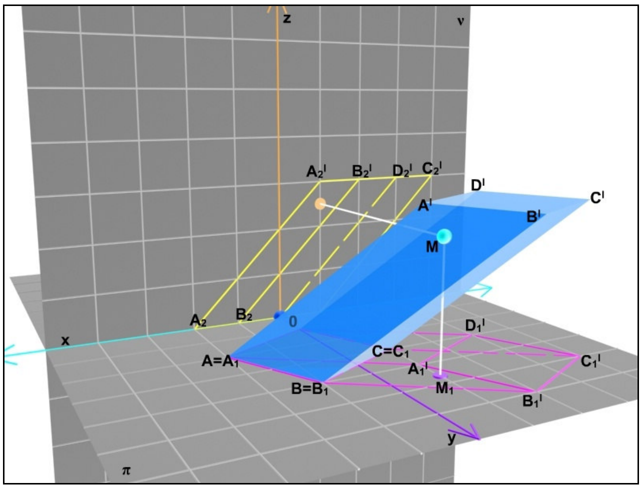


Obr. 5.05.05

Zde vidíme samostatně bod A. (*Obr. 5.05.06*) Hranol a bod A, ležící v jeho stěně. (*Obr. 5.05.07*)



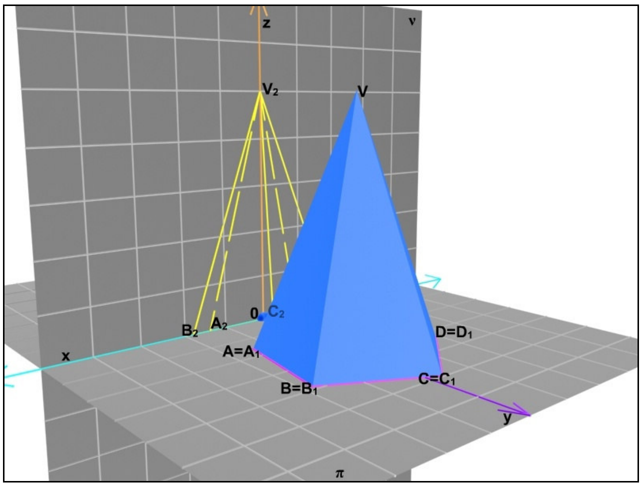
Obr. 5.05.06



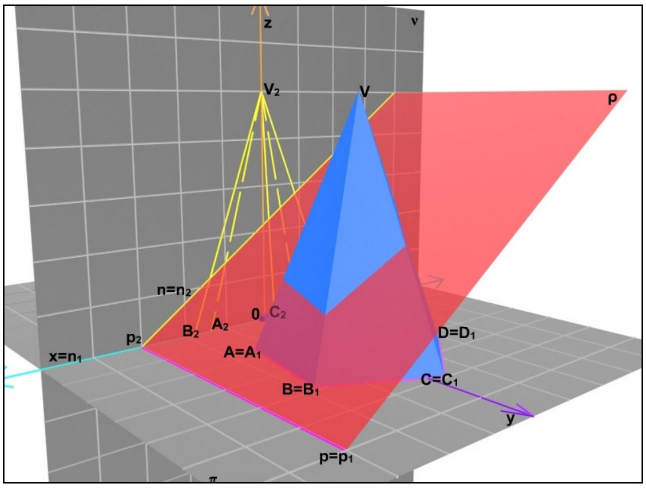
Obr. 5.05.07

5.06 Řez jehlanem

Je dán jehlan s podstavou v první průmětně (*Obr. 5.06.00*) a rovina kolmá k druhé průmětně, kterou daný jehlan řežeme. (*Obr. 5.06.01*)

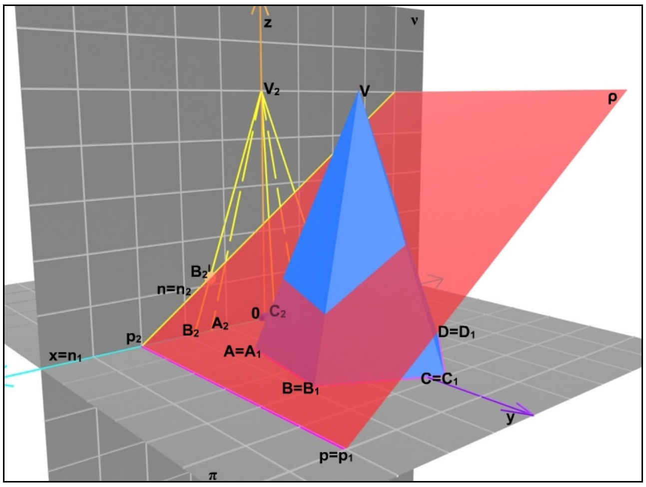


Obr. 5.06.00

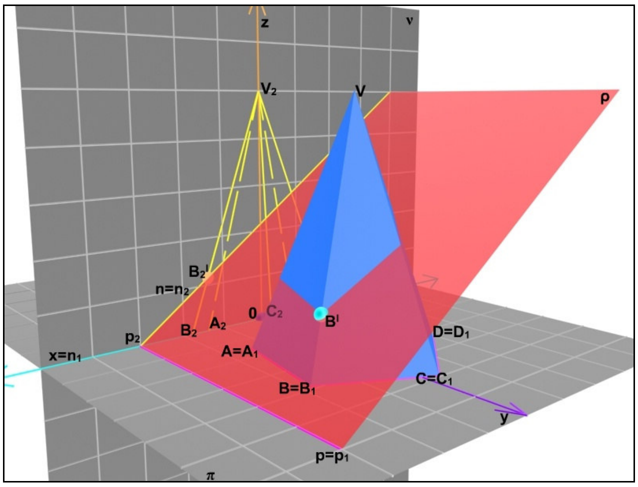


Obr. 5.06.01

Abychom mohli sestrojit řeznou rovinu, musíme nejprve vyšetřit průsečíky roviny s jednotlivými hranami jehlanu. A to následujícím způsobem: Víme, že v místě kde druhá stopa roviny protíná druhý průmět některé hrany jehlanu, leží druhý průmět průsečíku roviny s tou danou hranou. (*Obr. 5.06.02*) No, a teď už není nic jednoduššího, než si na ordinále najít průmět první. (Ten bohužel v našem zobrazení není vidět. Byla zde možnost jehlan zprůhlednit, ale obrázek se pak stal nepřehledným, čemuž se snažíme za každou cenu vyhnout.) (*Obr. 5.06.03*)

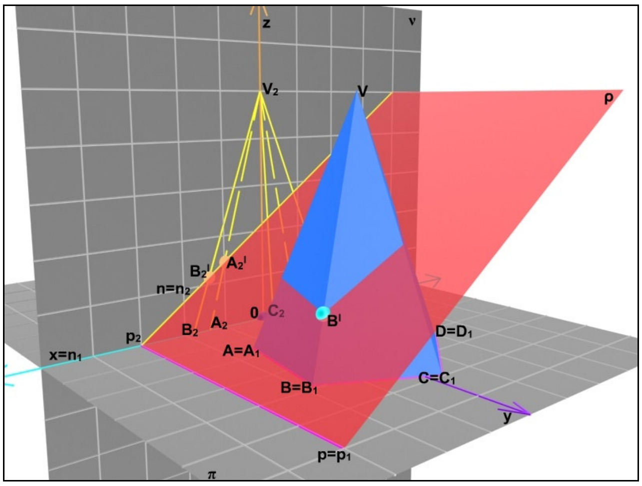


Obr. 5.06.02

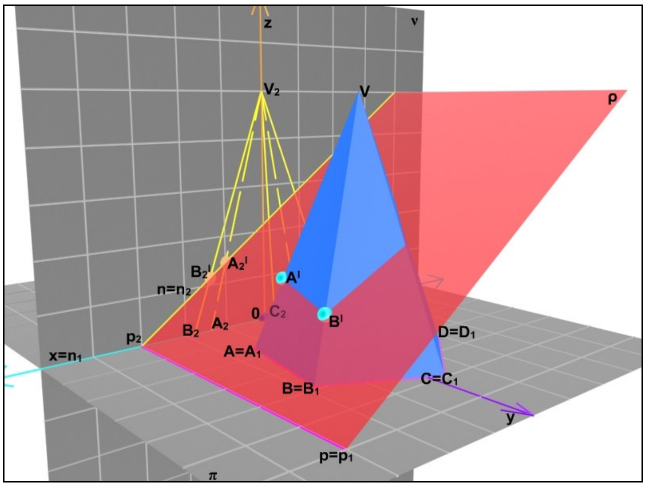


Obr. 5.06.03

Stejný postup použijeme i u všech dalších bodů. Druhý průmět - průsečík druhé stopy s druhým průmětem hrany (*Obr. 5.06.04*) a první průmět ležící na ordinále. (*Obr. 5.06.05*)

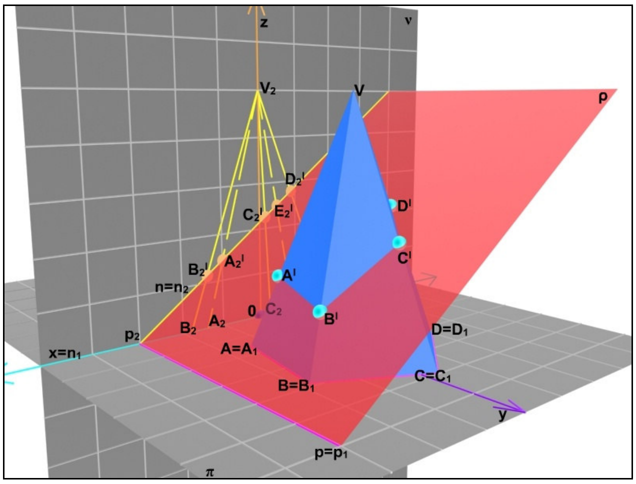


Obr. 5.06.04

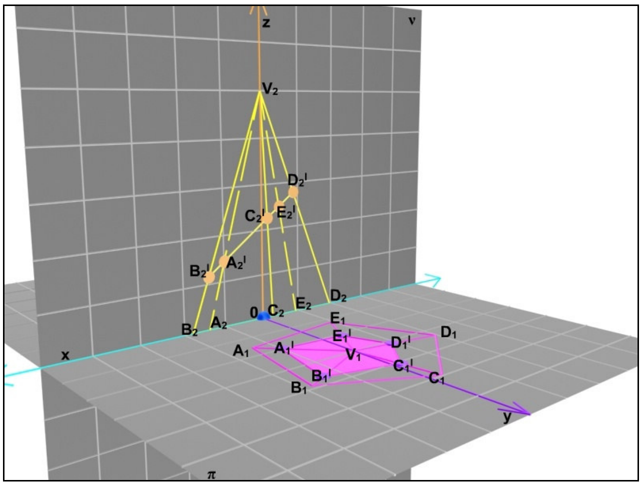


Obr. 5.06.05

Nyní známe všech pět bodů a myslím, že řešení příkladu je už celkem nasnadě. Neboť právě těch pět průsečíků je krajními body řezné roviny. Takže stačí jenom je všechny spojit (*Obr. 5.06.06*) a je hotovo. (*Obr. 5.06.07*)

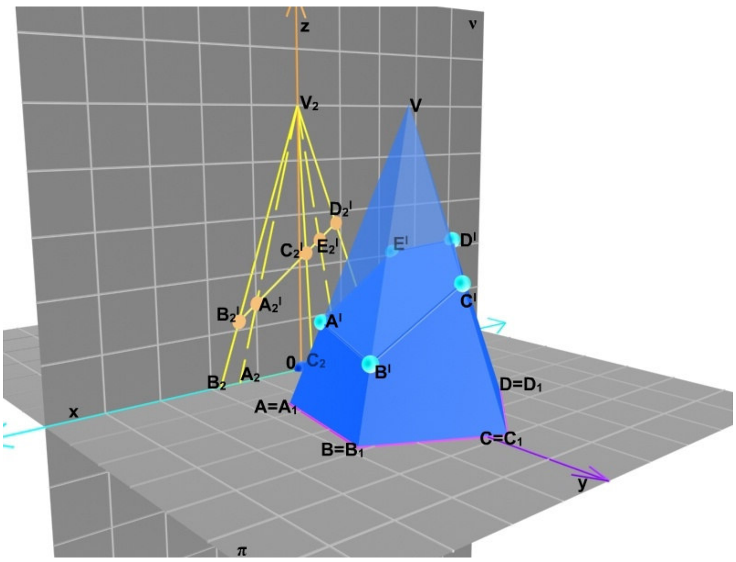


Obr. 5.06.06



Obr. 5.06.07

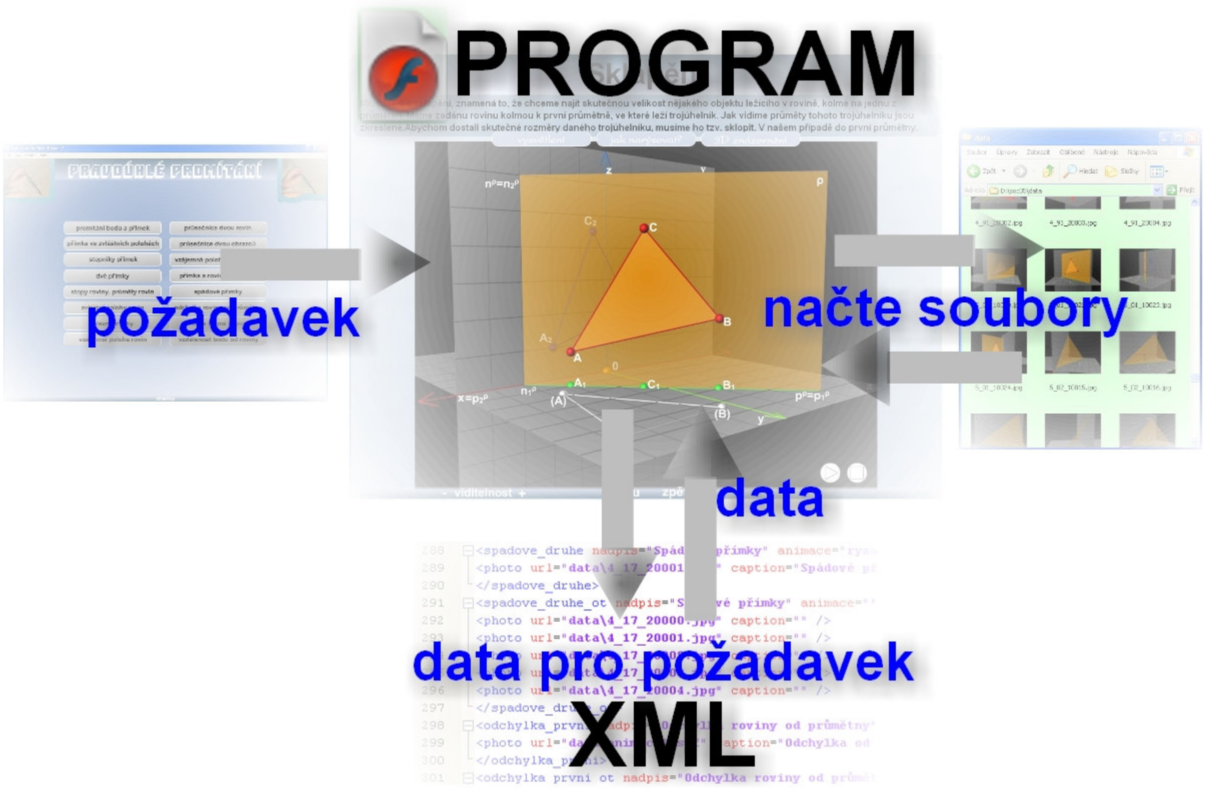
Jehlan s podstavou v půdorysně, řezaný rovinou kolmou ke druhé průmětně. (*Obr. 5.06.08*)



Obr. 5.06.08

6) Prezentace práce a použitá literatura

Celý program je vytvořen v Macromedia Flash MX 2004 a obrázky v 3D grafickém editoru. Instalace programu je vytvořena v Inno setup 5. Na web je použito HTML, CSS a PHP. Funkční schéma programu:

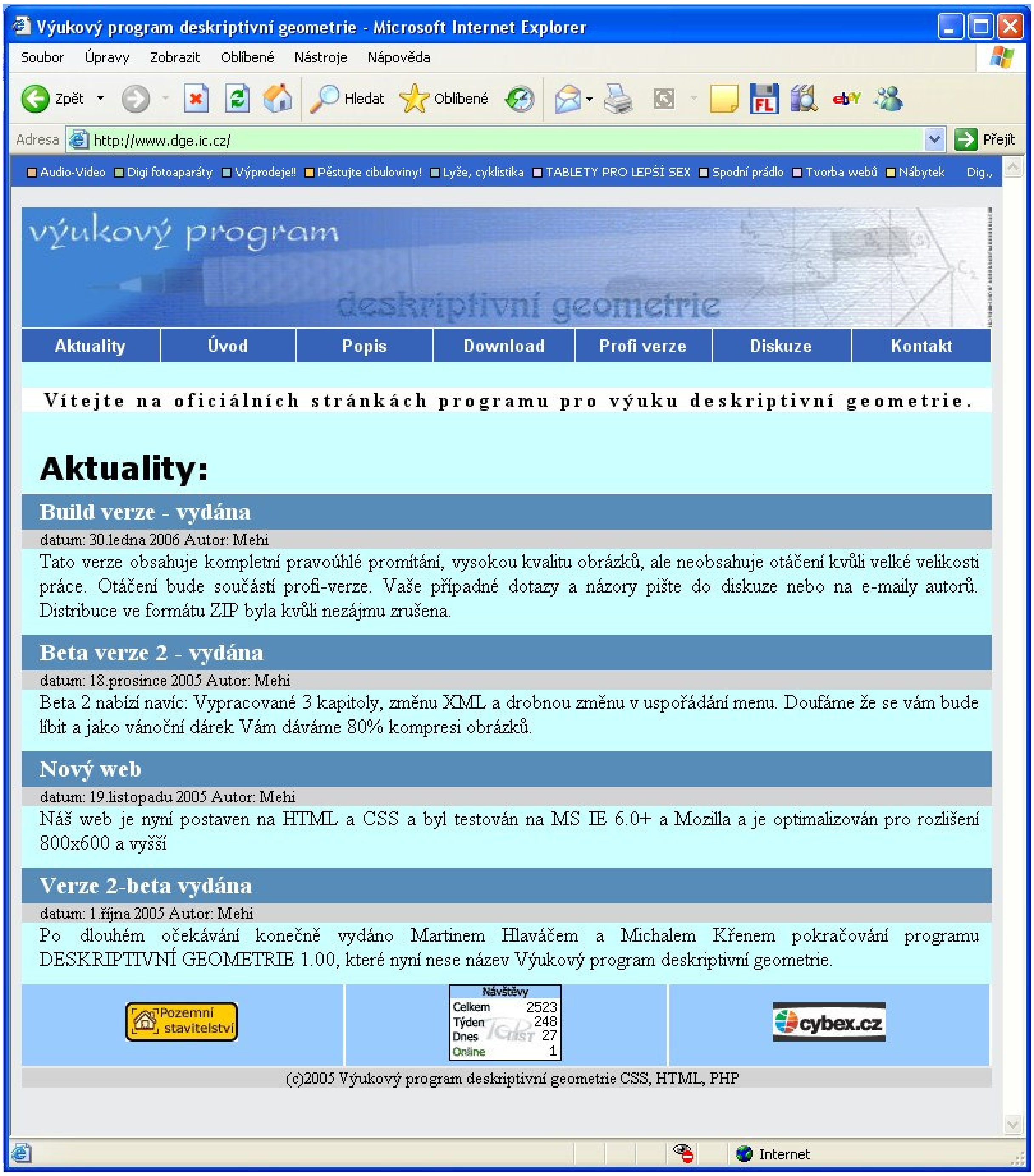


Během vytváření projektu jsme narazili na problém, jak program zpřístupnit širší veřejnosti, jelikož jeho velikost (cca 40MB) nám znemožnila klasickou, nejschůdnější formu a to přes internet. Nakonec jsme se rozhodli pro distribuci dvou verzí.

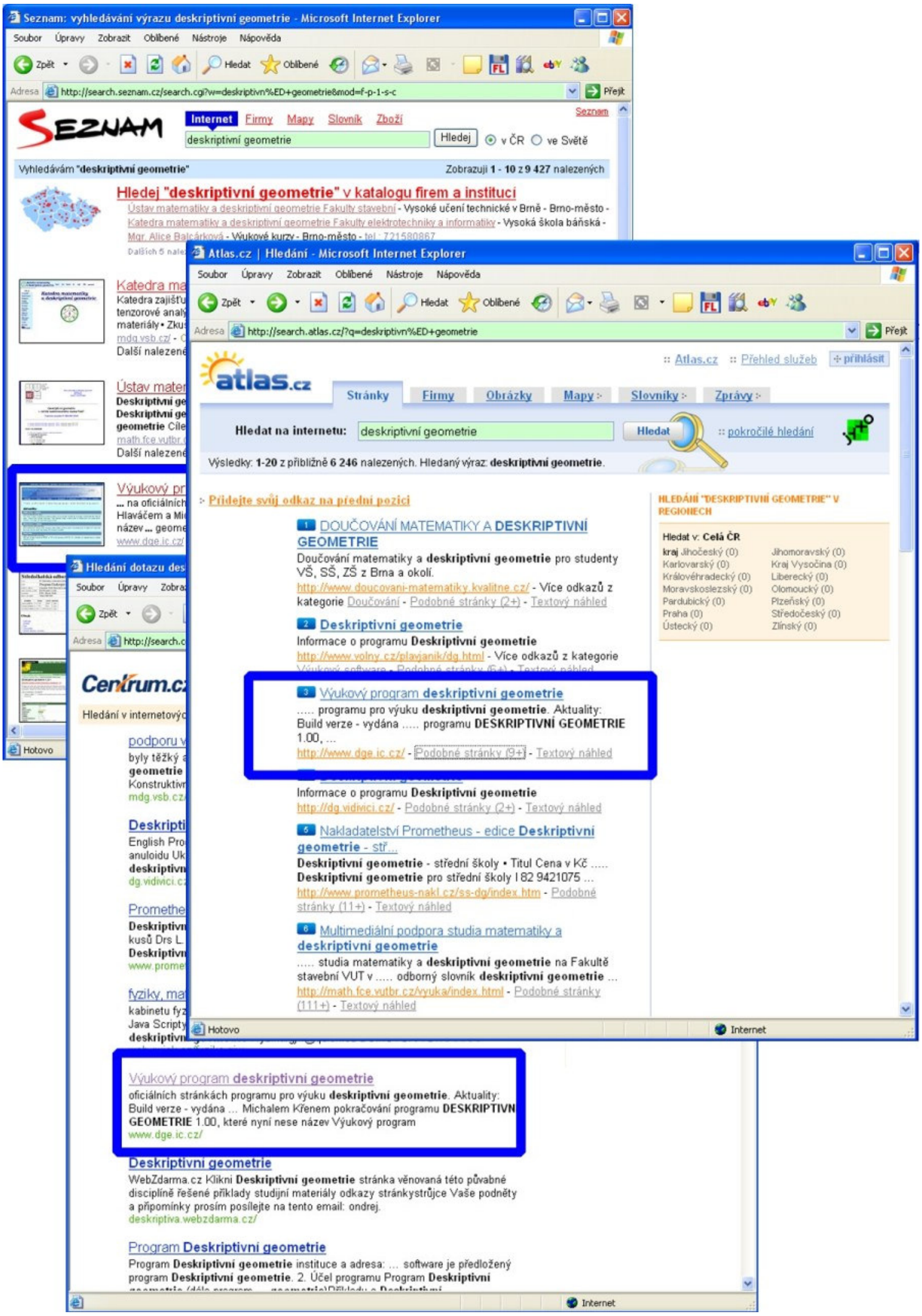
STANDART verze, jež je zdarma publikovaná na internetu, obsahuje stejný objem zpracovaného učiva jako PROFI verze, ale z technických důvodů jsou odstraněny animace a 3D otáčení. Velikost kolem 4 MB – při 1000 stáhnutí za měsíc, je na serveru přijatelná „doprava" 4 GB dat. K 13. březnu si STANDART verzi stáhlo cca 5000 uživatelů.

PROFI verze obsahuje kompletní práci. Kvůli velikosti distribuována pouze na CD.

Práce je prezentována na www.dge.ic.cz, kde uživatelé naleznou také veškeré informace.



Během roku se nám podařilo dostat na přední místa ve známých internetových vyhledávačích. Myšleno při vyhledávání výrazu „deskriptivní geometrie“.



Použitá literatura:

Technické kreslení a deskriptivní geometrie pro školu a praxi; Autor: Švercl J.
Rok vydání 2003; 1.vydání; Scientia; ISBN: 80-7183-297-9

Deskriptivní geometrie pro střední školy I; Autor: Ladislav Drs;
vydání 1.; Prométheus; ISBN 80-85849-66-6

7) ZÁVĚR

Při vytváření této práce jsme se snažili usnadnit pochopení problematiky Deskriptivní geometrie. Program je připraven k použití jak ve školách, tak pro domácí samostudium. Z ohlasů, kterých se nám dostalo od uživatelů nedokončených verzí našeho programu, usuzujeme, že naše práce nebyla marná, což je samo o osobě asi tou největší odměnou jíž se nám mohlo dostat. Do budoucna bychom chtěli podobnou formou přiblížit zbývající témata výuky tohoto předmětu dle osnov pro střední školy. Doufáme, že tato práce, bude pro vás přínosem a pomůže vám lépe rozvinou prostorou představivost.

8) PŘÍLOHA

Jako přílohu uvádíme některé z ohlasů z řad veřejnosti:

Vážení studenti,
chci Vám pogratulovat k Vašemu programu pro výuku DEG.
Jsem učitelka na střední škole a DEG již vyučuji několik let. K modelování a rýsování jsem používala pouze … geometrii nebo tabuli a klasiku. V letošním roce téměř bojuji v jedné třídě, představivost žádná a navíc se vůbec neučí!!!!
Dneska mě jeden student informoval o tom, že našel nějaký program pro výuku DEG, jestli na něj můžu kouknout a posoudit jej. Myslím, že to bude pro studenty a i pro mě výborná pomůcka a určitě jej doporučím.
Přeji hodně úspěchů a trpělivosti při dokončení programu.

Mgr. Martina Fainová
SOŠ a SOU H. Týn
fainova@sos-souhtyn.cz
www.sos-souhtyn.cz

Komentář z www.stahuj.cz (přímá citace):

„pokud v degu fakt plavete tak se to musi naucit i too je dobry zpusob ucitele sou nudni ucte se na pocitaci a pude to“