

OBSAH

Obsah.....	1
Abstrakt.....	1
Úvod.....	2
Teorie: ultrakrátké pulsy.....	2
Elektromagnetická podstata světla.....	2
Způsoby popisu časového průběhu pulsu.....	3
Jako okamžitou výchylku elektrického a magnetického pole.....	3
Komplexně pomocí amplitudy a fáze.....	3
Fourierovský popis.....	4
Co můžeme na ultrakrátkém pulsu měřit.....	5
Energie.....	5
Spektrum.....	5
Korelační měření.....	6
Chování pulsu v materiálech.....	6
Případ konstantního indexu lomu.....	6
Případ indexu lomu závisějšího na frekvenci lineárně.....	6
Případ indexu lomu závisějšího na frekvenci nelineárně.....	7
Michelsonův interferometr a autokorelační funkce.....	8
Souměrný interferometr.....	8
Dodatečná modulace jedné větve.....	8
Puls měřený lineární fotodiodou.....	8
Puls měřený kvadratickou fotodiodou.....	9
Modulovaný puls měřený kvadratickou fotodiodou.....	10
Program.....	11
Cíl.....	11
Princip.....	11
Výsledky a diskuse.....	12
Testy programu.....	12
Test 1: AC jednoduchého kvadraticky modulovaného pulsu.....	12
Test 2: Složitější modulace s velkým rozdílem A.....	13
Test 2b: Druhý pokus.....	15
Test 3: Použití na reálně měřená data.....	15
Shrnutí.....	16
Závěr.....	16
Užitá literatura a zdroje.....	16

ABSTRAKT

V této práci se pojednává o měření vlastností ultrakrátkých světelných pulsů (tj. kratších než

10^{-12} s). Na základě publikovaného algoritmu [1] byl vyvinut a vyzkoušen program, který umožňuje nalézt časový průběh pulsů z tzv. korelačních měření.

ÚVOD

Pomocí vhodných laserů je možno vytvořit ultrakrátké světelné pulsy, čili „záblesky“ laserového světla, které mohou být kratší než 100 femtosekund, tedy 10^{-13} s. Jsou využívány ve fyzice ke studiu nejrůznějších rychlých dějů nebo k experimentům, u kterých je potřeba obrovského špičkového výkonu. V experimentální fyzice je často důležité zjistit časový průběh intenzity krátkého světelného pulsu z pulsního laseru.

V případě pulsu trvajících řádově nanosekundy můžeme změřit průběh jeho intenzity přímo pomocí rychlé fotodiody a její výstup buďto vykreslit na osciloskopu nebo ho kvalitní osciloskopovou kartou načíst do počítače a dále s ním pracovat. U kratších pulsů trvajících pikosekundy a méně takový jednoduchý postup už použít nemůžeme. Brání v tom pomalá odezva elektronických prvků. Jak už to ve fyzice za podobných okolností bývá, je nutné průběh takového pulsu zjistit nepřímou. Tento postup je ovšem komplikovanější, většinou se provádí tzv. *korelační měření*.

Pro jejich vyhodnocení je nutné průběhy pulsu modelovat na počítači a určit délku pulsu, která nejlépe odpovídá pozorování. Přesnost těchto odhadů je zhruba 20% – 30%, to je způsobeno tím, že skutečný tvar pulsu se od předpokládaného modelového tvaru může značně lišit. Poměrně nedávno byl v odborné literatuře [1] publikován složitější algoritmus nazvaný PICASO¹, který pracuje s časovým průběhem (tvarem) pulsu obecně a umožňuje získat mnohem přesnější a podrobnější informace o jeho délce i tvaru. Popis tohoto algoritmu a jeho počítačové realizace je obsahem této práce.

V následujícím textu popíšu jak fyzikální podstatu prováděných měření, tak i náš postup při programování a strukturu programu. Přestože je pravděpodobné, že některé části následujícího textu budou přínosné jen pro programátory, fyziky, a některé jen pro programátory-fyziky, budu se snažit, aby byl tento text čitelný nejen pro uvedené úzké skupiny čtenářů, ale i pro širší veřejnost, pokud by ji téma zaujalo.

TEORIE: ULTRAKRÁTKÉ PULSY

ELEKTROMAGNETICKÁ PODSTATA SVĚTLA

Světlo je ve skutečnosti rychle střídavé elektrické a magnetické pole.

Vlnová délka λ viditelného světla je v rozsahu zhruba $8 \cdot 10^{-7}$ až $4 \cdot 10^{-7}$ m. Protože víme, že

$$v = c_0 / \lambda$$

(kde c je rychlost světla ve vakuu = $2,99 \cdot 10^8$ m s⁻¹), můžeme spočítat, že frekvence světla ν je přibližně 375 až 750 THz (čili $3,75 \cdot 10^{14}$ až $7,5 \cdot 10^{14}$ Hz) a perioda 2,7 až 1,3 fs. Pokud puls trvá 50 fs, stihne během jeho trvání světlo zakmitat opravdu třeba jen dvacetkrát. Tak krátký puls může mít velký špičkový výkon².

Světlo jako elmag. vlnění je možné vyjádřit jako sinusově kmitající elektrické pole E . Magnetické pole je relativistický projev proměnného E a je mu úměrný.

¹ Z anglické trochu účelově sestavené zkratky „pulse retrieval by Phase and Intensity from Correlation And Spectrum Only“

² Titan-safírový pulsní laser ODIN, který je používán k měření, má střední výkon 1 W a vytváří 1000 padesátifemtosekundových pulsů za vteřinu. 1 puls má tudíž energii 1 mJ a špičkový výkon okolo 30 GW – tento výkon navíc vzniká jen v několika krychlových milimetrech safírového monokrystalu. Pokud se puls soustředí čočkou do jediného bodu ve vzduchu, je v něm okamžitá výchylka elektrického pole E již tak velká, že stačí k ionizaci vzduchu a pozorujeme jiskru "levitující" ve vzduchu a ostře pískající na frekvenci 1 kHz.

To, co pozorujeme jako světelnou energii, účinek na měřicí přístroje a co vidíme okem, není výchylka elektrického pole E , ale intenzita světla I , která se rovná časově středované hodnotě druhé mocniny E .

Pojmem ultrakrátký³ budeme označovat laserový puls, jehož doba trvání je kratší než řádově $1 \text{ ps} = 10^{-12} \text{ s}$, u něhož již zcela není možné určit tvar pomocí přímého měření.

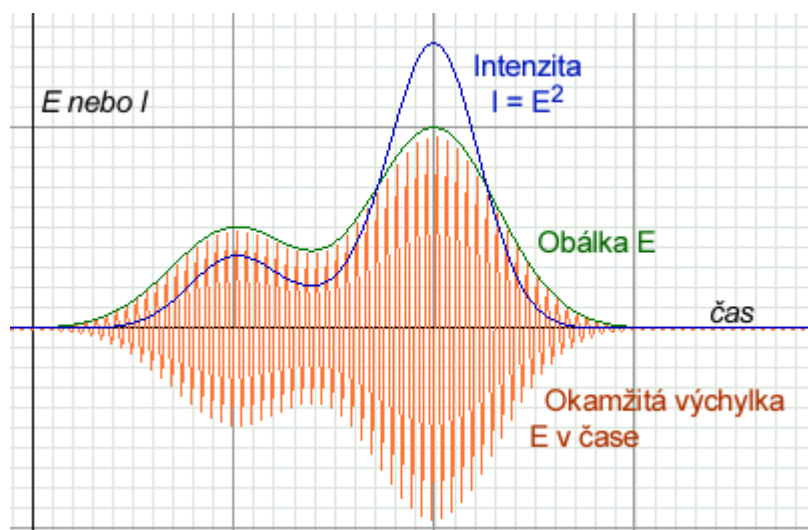
Průběh intenzity v čase je vždy poměrně složitá funkce. Je tedy zvykem vyjadřovat délkou pulsu dobu, kdy je intenzita vyšší než polovina maxima (FWHM – full width at half maximum).

ZPŮSOBY POPISU ČASOVÉHO PRŮBĚHU PULSU

Abychom mohli puls "uchopit" a zpracovávat v počítači, je potřeba ho vyjádřit jako soubor (pole) čísel. Možností, jak to udělat, je několik.

Jako okamžitou výchylku elektrického a magnetického pole

První a asi nejjednodušší možnost je vyjádřit puls jako okamžité hodnoty elektrického a magnetického pole. Obě hodnoty vzniknou vynásobením "nosné" vlny a obálky E_0 , jak je to vidět na obrázku:



(Obr. 1)

Elektrické pole v čase t je tedy:

$$E(t) = E_0(t) \cos(2\pi\nu t) \quad (\text{Rov. 1})$$

Magnetické pole je (v izotropním prostředí) kolmé a úměrné k elektrickému a na grafu by tedy šlo o velmi podobnou křivku.

Komplexně pomocí amplitudy a fáze

Tento způsob využívá vlastnosti komplexních čísel, která můžeme zapsat buďto jako součet reálné Re a imaginární Im části, anebo polárně jako amplitudu A a fázi Φ :

$$\text{Re} + i \cdot \text{Im} = A \cdot (\cos \Phi + i \cdot \sin \Phi) = A \exp[i \cdot \Phi];$$

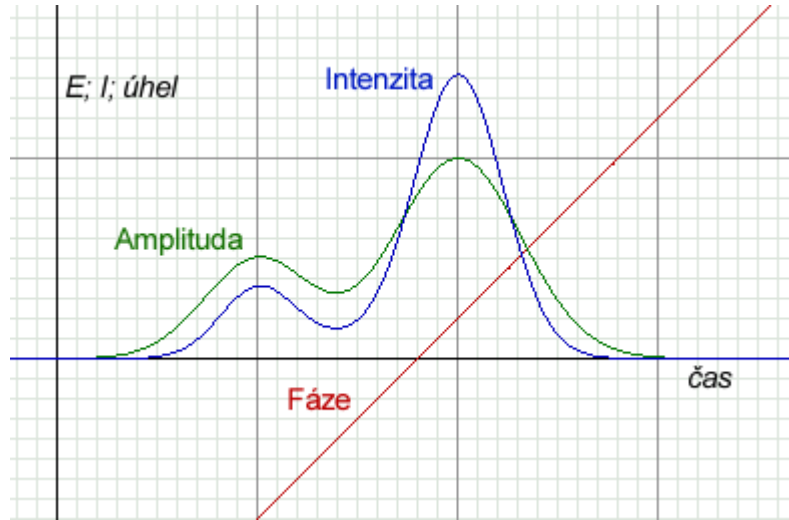
poslední operaci můžeme provést, protože umocňování ryze imaginárním exponentem přesně odpovídá rotaci jednotkového vektoru. Elektrické pole světla můžeme zapsat jako komplexní číslo

³ Je dobré si všimnout, že prostorová délka pulsu trvajícího $50 \text{ fs} = 5 \cdot 10^{-14} \text{ s}$ bude $1,5 \cdot 10^{-5} \text{ m}$, čili šedesátina milimetru. Takový puls si pak můžeme představit jako naplocho se pohybující „bramborák“ o průměru zhruba 3 mm a tloušťce dvěstěkrát menší. Aparatura pracující s tak krátkými pulsy musí být velmi přesně sestavena.

$$E(t) = E_0(t) \exp[i \cdot \Phi] = E_0(t) \exp[i \cdot 2\pi\nu t], \quad (\text{Rov. 2})$$

Fyzikální význam má samozřejmě pouze reálná složka tohoto komplexního výrazu. Intenzitu světelného pulsu pak můžeme vypočítat podle vztahu

$$I(t) = |E(t)|^2 = (t).$$

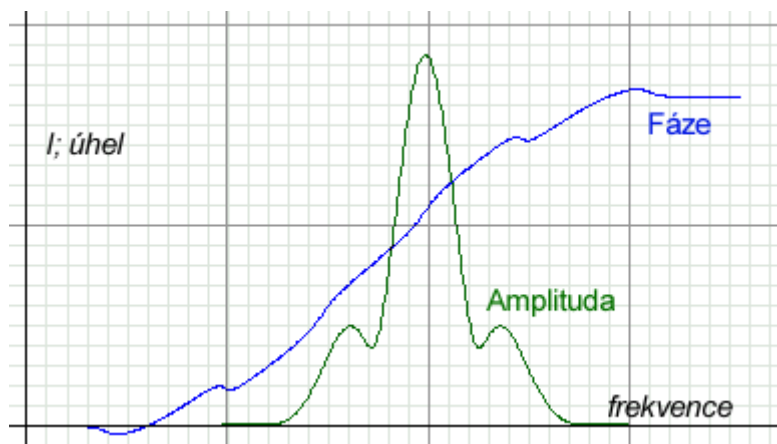


(Obr. 2)

Tento způsob popisu má zásadní výhodu jak pro zpracování počítačem, tak i pro další úvahy o jeho chování v prostředí. V počítači se totiž puls skládá jednoduše jako pole hodnot. Pokud bychom jej ukládali podle rovnice (1), museli bychom počítat s tím, že by se jeho hodnota poměrně prudce měnila; proto, abychom dosáhli dostatečné přesnosti, museli bychom hodnotu E popisovat ve velkém množství bodů (minimálně tak 20 na jednu periodu). V polárním popisu určeném rovnicí (2) naopak můžeme využít toho, že funkce fáze i funkce amplitudy jsou hladké a spojité křivky: můžeme je snadno interpolovat, a tudíž i popisovat v mnohem méně bodech.

Fourierovský popis

Zatímco předchozí dva způsoby popisu byly celkem podobné, tento je zcela odlišný a využívá toho, že prakticky jakoukoli funkci můžeme vyjádřit i jako součet (většinou nekonečného množství) sinusových křivek o vhodné amplitudě, frekvenci a fázi (posunutí). Tento součet nazýváme spektrem daného pulsu. Na osu x vynášíme frekvenci, na ose y je amplituda a fáze. Místo amplitudy je možno použít intenzitu, která je úměrná její druhé mocnině.



(Obr. 3)

Pozorovaný časový průběh světelného pulsu je pak výsledkem skládání jeho frekvenčních složek. V místě, kde mají všechny frekvenční složky (nebo alespoň jejich většina) stejnou fázi, dochází ke konstruktivní interferenci: hodnoty těchto složek se přičítají a vzniká tak intenzivní krátký puls. Mimo toto místo jsou jednotlivé složky (vlny) víceméně náhodně rozfázované a dochází k destruktivní interferenci. Celková hodnota světelné intenzity mimo vlastní puls je prakticky rovna nule. Čím více frekvenčních složek se podílí na interferenci (tj. čím širší je frekvenční spektrum pulsu), tím kratší je doba, po kterou může dojít ke konstruktivní interferenci těchto složek. Obecně lze říci, že kratší pulsy mají širší spektrum.

Toto převedení časového průběhu pulsu do frekvenční oblasti se nazývá Fourierova transformace (FT), převedení zpět (čili sečtení velkého až nekonečného množství sinusovek) se jednoduše nazývá inverzní FT. FT i inv. FT jsou zcela vratné, čili při jejich provedení se neztrácí žádná informace.

FT pulsu je možné měřit pomocí spektrometru, tato funkce intenzity nebo amplitudy v závislosti na frekvenci se označuje jako spektrum pulsu.

Tvorba FT probíhá v přírodě poměrně běžně, protože jednotlivé sinusovky, ze kterých se skládají nejrůznější vlnění, o sobě navzájem „nevědí“ (ve shodě se zákonem superpozice⁴).

V následující podkapitole se nám tento fourierovský způsob popisu bude velice hodit, neboť všechny děje, které se na pulsu v materiálu projeví, vyplývají právě z toho, že každá frekvenční složka se pohybuje trochu jinak rychle.

CO MŮŽEME NA ULTRAKRÁTKÉM PULSU MĚŘIT

Energie

Přestože nemůžeme přímo měřit průběh intenzity pulsu v čase, není problém pomocí speciální fotodiody změřit jeho celkovou energii (integrál intenzity podle času).

Můžeme také použít tzv. kvadratickou fotodiodu, která změří integrál druhé mocniny intenzity podle času.

Tyto dvě hodnoty mají význam hlavně společně. Můžeme z nich totiž vypočítat délku pulsu, pokud předpokládáme tvar jeho průběhu. (Například srovnáme-li dva pulsy o stejné energii W , ale jeden o třetinové délce a třikrát vyšší špičkové intenzitě než druhý, zákonitě zjistíme, že u tohoto pulsu je i souhrnný signál z kvadratické fotodiody třikrát vyšší.)

Spektrum

Jak je uvedeno výše, ultrakrátké pulsy nejsou charakterizovány jedinou frekvencí, jejich spektrum není čárové, ale vychází spojitý profil („hrb“) s nenulovou šířkou (viz obr. 3). Nosná frekvence je zhruba v jeho středu.

Spektrometr ale umožňuje změřit jen amplitudové (nebo intenzitní) spektrum, nikoli informaci o fázi. Data spektrometru tedy nepopisují konkrétní časový průběh pulsu; k tomu by bylo potřeba znát i fázové spektrum.

⁴ Autor pozoroval dobrý příklad rozkladu vlny na jednotlivé frekvenční složky: Je k tomu potřeba klidná vodní hladina a rychle jedoucí loď. Přídě lodi vytváří vlnu, která má svislý průřez podobný trojúhelníkové funkci. Ta se ale velice rychle rozptýlí v mnoho nerozpoznatelných vln, které se třeba na moři rychle ztratí mezi ostatními vlnami. Pokud je ale hladina úplně klidná, vlny se viditelně šíří i daleko od lodi a díky tomu je vidět, že se rozdělí na jednotlivé frekvence čili vlnové délky. Na vodní hladině se vlny šíří tím rychleji, čím mají větší vlnovou délku. V ideálním případě se proto za lodí tvoří několik úzkých brázd o různém sklonu, oddělených klidnou neuvlněnou hladinou. Dají se pozorovat až 4 rozdělené brázd o vlnových délkách asi 210 cm, 70 cm, 40 cm a 30 cm. To odpovídá Fourierově řadě, která popisuje trojúhelníkovou křivku jako $\sin(x) - 1/9 \sin(3x) + 1/25 \sin(5x) - 1/49 \sin(7x)$ atd.. Vodní hladina tedy provádí Fourierovu transformaci vlny, která vzniká za přídě člunu, a cestující si tohoto úžasného jevu většinou vůbec neváží.

Čím je puls kratší, tím jeho spektrum širší. Technicky se měření spektra pulsu provede jeho rozložením na optické mřížce a změří se intenzita řádově ve 200 bodech pro jednotlivé vlnové délky.

Korelační měření

Další měření se dají provádět nepřímo, zejména za využití interferometru.

V interferometru se laserový svazek (puls) pomocí polopropustného zrcadla rozdělí na dva dílčí svazky, které se dále šíří po různých drahách (ramenech interferometru). Jejich opětovné složení vede k interferenčním jevům. Měření těchto jevů v závislosti na rozdílu délky ramen interferometru (a tedy malému časovému posunu dílčích svazků) se říká korelační měření.

Bližší popis je níže v příslušné kapitole.

CHOVÁNÍ PULSU V MATERIÁLECH

V následujících případech neuvažujeme jevy jako absorpci světla, odrazy, rozptyl, anisotropii a podobné komplikace.

V jednom z předchozích odstavců jsme světelný puls rozložili na nosnou vlnu a obálku. Nosná vlna se šíří rychlostí $c = c_0 / n(v_0)$, kde $n(v_0)$ je index lomu prostředí na nosné frekvenci. V následujícím rozboru se budeme zajímat o to, jakou rychlostí c_g se šíří obálka (tj. energie pulsu) a jestli dochází ke změně jejího tvaru v průběhu šíření.

Případ konstantního indexu lomu

Pokud bychom předpokládali, že index lomu n je stejný pro všechny frekvence v podle vzorce:

$$n(v) = n(v_0) \equiv n_0,$$

platilo by:

1. Puls se průchodem prostředím nijak nezmění.
2. Rychlost pulsu c_g (tzv. grupová rychlost) bude stejná jako rychlost vln c , čili

$$c_g = c = c_0 / n_0.$$

Případ indexu lomu závisícího na frekvenci lineárně

Budeme-li studovat nějaký skutečný materiál, neunikne nám, že se n v závislosti na frekvenci v trochu mění. V prvním přiblížení můžeme tuto závislost považovat za lineární:

$$n = n_0 + n_1 \cdot (v - v_0)$$

Potom se budou jednotlivé frekvenční složky pulsu šířit tím pomaleji, čím bude jejich frekvence vyšší. Důsledkem toho bude, že maximum pulsu (vzniklé složením vln o stejné fázi, jak jsme zmínili výše) se bude posouvat jinou rychlostí než vlny. Je to podobný jev, jako když se rychle posouvá místo, na kterém líčují čárky, při pomalém posuvu noniové stupnice.

Pro rychlost pulsu se pak zavádí termín grupová rychlost c_g . Zpoždění pulsu oproti vlně je úměrné n_1 (derivaci n podle frekvence). [2]

$$c_g = c_0 / [n + v \cdot (dn / dv)] \quad (\text{Rov. 3})$$

Tvar pulsu se po průchodu prostředím opět nezmění; průchod prostředím se projeví jen zpožděním pulsu. Když index lomu roste s frekvencí, puls se oproti vlně opoždí, pokud by klesal, puls by se šířil rychleji než vlna.

Případ indexu lomu závislého na frekvenci nelineárně

Při bližším průzkumu optických vlastností materiálů dojdeme k závěru, že závislost n na ν v každém hmotném prostředí není ani konstantní ani lineární, ale že se jedná o nějakou svébytnou funkci. Takové prostředí se nazývá *disperzní*.

Vzhledem k tomu, že $n(\nu)$ je (pro oblasti s malou absorbcí) funkce spojitá a hladká, můžeme ji v okolí nosné frekvence popsat jako polynom:

$$n = n_0 + n_1 \cdot (\nu - \nu_0) + n_2 \cdot (\nu - \nu_0)^2 + n_3 \cdot (\nu - \nu_0)^3 + n_4 \cdot (\nu - \nu_0)^4 + n_5 \cdot (\nu - \nu_0)^5 + \dots$$

Každé takové funkci tedy přísluší konstantní a lineární složka, které jsme popsali výše, ale také složky vyšších řádů: kvadratická n_2 , kubická n_3 , složka 4. řádu n_4 , 5. řádu n_5 atd. Složky 0. a 1. řádu se na změně tvaru pulsu nepodílejí a příspěvky vyššího než čtvrtého řádu jsou většinou zanedbatelně malé. Proto budeme dále uvažovat jen závislosti 2., 3. a 4. řádu.

Deformaci (dále přesněji modulaci) pulsu, ke které dojde v disperzním prostředí, si snadno vysvětlíme pomocí faktu, že derivace n podle ν nabývá pro každou frekvenční složku jiné hodnoty (protože se jedná o nelineární závislost); lze říci, že každá frekvenční složka pulsu se šíří trochu jinou efektivní groupovou rychlostí (viz Rov. 3). Z toho vyplývá, že tyto složky zaznamenají vůči sobě během šíření určitý časový posun. Říkáme, že puls se pak bude modulovat; většinou přitom dochází k jeho prodloužení v čase.

Modulaci pulsu si lze také představit jako postupnou změnu nosné frekvence v jeho průběhu: na náběžné hraně pulsu bude jiná frekvence, než na sběžné. Toto se dá skutečně v praxi pozorovat a projeví se tím zřetelněji, čím je puls kratší a jeho spektrum tedy širší. Děj se nazývá *chirp* a je to mj. jeden z důvodů omezené přenosové kapacity optického vlákna.

Přibližná přímka, která ve fourierovském popisu (na obr. 3) zobrazuje fázi pulsu v závislosti na frekvenci, se zdeformuje přičtením polynomové funkce popisující závislost indexu lomu na frekvenci. Odpovídající spektrum modulovaného pulsu, které popisuje amplitudu i fázi, potom vyjádříme takto:

$$E(\nu) = A \cdot \exp(i \cdot \Phi), \quad (\text{Rov. 4})$$

kde fáze Φ (srv. s rovnicí 2) již nezávisí lineárně na nosné frekvenci ν_0 , protože zahrnuje modulaci:

$$\Phi(\nu) = 2\pi\nu_0 t + 2\pi \cdot [N_2 \cdot (\nu - \nu_0)^2 + N_3 \cdot (\nu - \nu_0)^3 + N_4 \cdot (\nu - \nu_0)^4] \quad (\text{Rov. 5})$$

kde A je amplitudový koeficient, $F(\nu)$ je funkce popisující intenzitní spektrum (odmocněním hodnot této funkce získáme amplitudové spektrum). Konstanty N_x zde popisují míru modulace pulsu. Jsou úměrné n_x ze vzorce popisujícího průběh indexu lomu na frekvenci a vzdálenosti prošlé v disperzním prostředí.

Za předpokladu, že modulace 5. a vyšších řádů jsou zanedbatelné, stačí k jednoznačnému popisu časového průběhu pulsu fourierovským způsobem znát:

- jeho intenzitní (příp. amplitudové) spektrum,
- míru modulace: koeficienty N_2 , N_3 a N_4 ,
- amplitudový koeficient A .

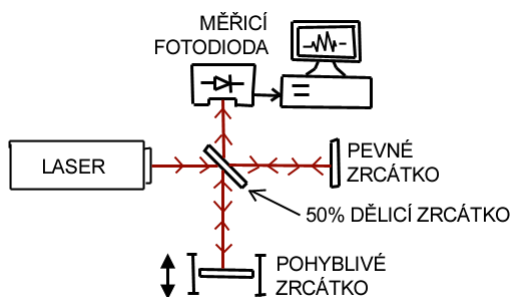
Na základě těchto informací je možné puls rekonstruovat v počítači.

MICHELSONŮV INTERFEROMETR A AUTOKORELAČNÍ FUNKCE

Souměrný interferometr

Jak jsme zmínili výše, jedním z mála způsobů získání informací o ultrakrátkém pulsu je využití interference a pozorovat, jak se mění celková energie pulsu, jenž vznikne složením v čase vzájemně posunutých pulsů.

Schéma nejjednoduššího interferometru, v principu stejného, jakého použil Michelson k prokázání konečné rychlosti světla:



(Obr. 4)

Měření pomocí tohoto interferometru se nazývá autokorelační a závislost naměřené hodnoty v závislosti na časovém zpoždění pulsů je tzv. autokorelační funkce (dále AC).

Laser vyše puls. Ten se při průchodu polopropustným dělicím zrcadlem rozdělí na dva pulsy o poloviční intenzitě⁵; jeden se odrazí v pravém úhlu dolů, jeden pokračuje rovně. Oba dva se vzápětí odrazí od zrcátek a vrátí se stejnou větví zpět k dělicímu zrcadlu. Pokud jsou obě zrcadla umístěna souměrně k rovině zrcadla dělicího (tj. stejně daleko), oba pulsy se setkají současně. Pokud jedno ze zrcátek mírně posuneme, jeden z pulsů dorazí o trochu později než druhý a dojde ke snížení měřené hodnoty energie díky interferenci.

Když se pulsy setkají současně („ve fázi“), dojde ke konstruktivní interferenci ve směru k fotodiodě a k destruktivní interferenci ve směru zpět k laseru. To znamená, že k diodě se odrazí 100% původního pulsu. Pokud naopak pulsy posuneme přesně o 1/2 nosné vlnové délky, dojde k destruktivní interferenci v rameni směrem k fotodiodě a všechna energie pulsu se vrátí k laseru.

Dodatečná modulace jedné větve

Pro některé účely je potřeba skládat pulsy, které nejsou stejné – tedy k jedné větvi přidat modulaci navíc. Hlavním důvodem je odstranění souměrnosti měření pro kladné nebo záporné posunutí zrcadla.

To se snadno provede vložením disperzního prostředí určité tloušťky mezi dělicí zrcadlo a jedno ze zrcátek pro zpětný odraz (je v zásadě jedno které). Musíme samozřejmě mít na paměti, že puls projde prostředím dvakrát za sebou.

Puls měřený lineární fotodiodou

Lineární fotodioda je optický měřicí prvek, který změří integrál intenzity světla v čase:

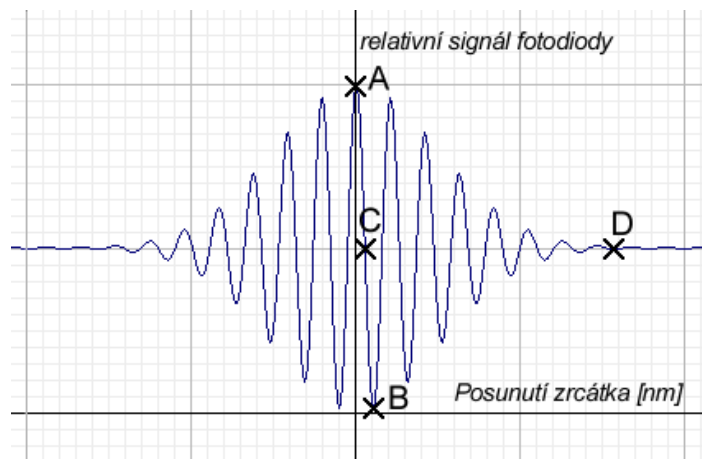
$$G_1 = \int I(t) dt ,$$

⁵ Oba výsledné svazky budou mít 50% původní intenzity, ale jejich amplituda elektrického pole bude 70,7% původního.

kde G_1 je změřený signál; $I(t)$ je časový průběh celkového světelného výkonu dopadajícího na diodu. To znamená, jestliže $E_1(t)$ a $E_1(t+\tau)$ reprezentují časové průběhy elektrického pole pulsů, které pocházejí z obou větví interferometru dle obr. 4, že

$$I = |E_1(t) + E_1(t+\tau)|^2,$$

kde τ určuje vzájemné zpoždění obou pulsů dané pozicí pohyblivého zrcadla. Průběh signálu naměřeného diodou v závislosti na posunu zrcadel se označuje jako autokorelační (AC) funkce



prvního řádu.

(Obr. 5)

Pro následující příklady použijeme počítačem generovaný puls tvaru Gaussovy kloboukové funkce [obálka elektrického pole má tvar $E_1 \sim \exp(-t^2)$]. V praxi se tvar pulsu bude od Gaussovy funkce samozřejmě lišit, ale princip se zachová. AC funkci změříme např. takovou, jak je znázorněna na Obr. 5. Diskutujme několik speciálních bodů tohoto průběhu: v bodech A a B – jak jsme již zmínili – dochází ke konstruktivní (A) nebo k destruktivní (B) interferenci. Bod C odpovídá situaci, kdy spolu interferují dva pulsy posunutě o 1/4 periody, díky čemuž se jejich energie zákonitě rozdělí na obě strany (tj. do ramena směrem k diodě a do ramena směrem k laseru) stejně. Pro velké posunutí zrcadla (bod D) se pulsy již skoro nepřekryjí, takže k interferenci dojde jen minimálně a z každého pulsu projde polovina jeho energie k fotodiodě a polovina k laseru.

Modulace pulsu se na AC funkci prvního řádu neprojeví. Jinými slovy, měření s pomocí lineární fotodiody neumožňuje určit, jestli je puls modulovaný nebo ne.

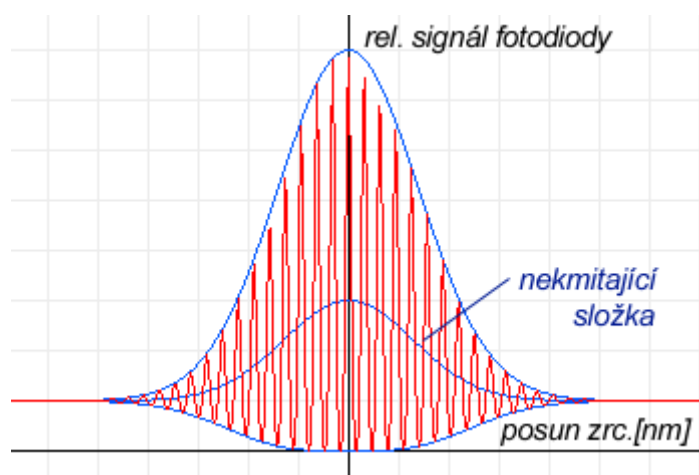
Puls měřený kvadratickou fotodiódou

Kvadratická fotodioda měří integrál druhé mocniny dopadajícího světelného výkonu:

$$G_2 = \int I^2(t) dt \quad , \quad (\text{Rov. 6})$$

G_2 je změřený signál, $I(t)$ je časový průběh celkového světelného výkonu dopadajícího na diodu.

Průběh signálu naměřeného diodou v závislosti na posunu zrcátek se označuje jako AC funkce druhého řádu. Předpokládejme opět, že tvar obálky pulsu je gaussovský [$E_1 \sim \exp(-t^2)$].

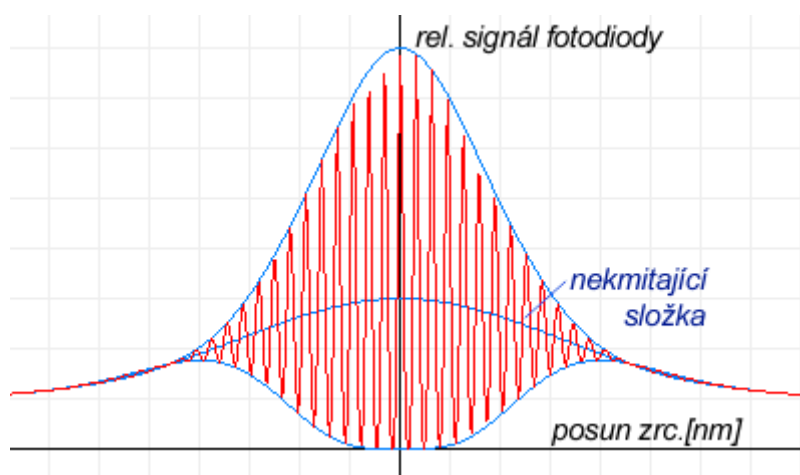


(Obr. 6)

Opět zde pozorujeme prudké kmitání hodnot v závislosti na tom, do jaké míry se pulsy překrývají, ale tento případ je trochu komplikovanější. V místě, kde se pulsy nepřekrývají, naměříme pouze 1/8 původní intenzity pulsu. Je to tím, že se původní puls rozdělí na 2 pulsy o poloviční intenzitě (a tedy o čtvrtinovém signálu, který naměří fotodioda). Ty se oba při opětovném průchodu dělicím zrcadlem rozdělí každý opět na 2 pulsy (s jen šestnáctinovým signálem); dva projdou k diodě, dva se vrátí k laseru. Díky tomu naměříme osminový signál. Pokud dojde k destruktivní interferenci, neměříme nic, pokud dojde ke konstruktivní interferenci, naměříme opět hodnotu odpovídající celému původnímu pulsu.

Modulovaný puls měřený kvadratickou fotodiodou

Ze skutečností, že modulovaný puls má jiný tvar obálky, ale má stejnou energii a lineární fotodiodou naměříme stejný signál, se dá odvodit, že tomu tak u kvadratické fotodiody být nemůže. Autokorelační funkce modulovaného pulsu měřená kvadratickou fotodiodou má jiný tvar. Modulace různých řádů se na ní zobrazí charakteristickou změnou tvaru. Zde je typický tvar pro silnou modulaci 2. řádu:



(Obr. 7)

U modulací vyšších řádů pozorujeme především výrazné roztažení nekmitající složky i přes rozsah kmitajících složek. To se dá vysvětlit jednak prodloužením, jednak překryvem pulsů v místech, kde (v důsledku modulace) mají natolik rozdílnou frekvenci, že dochází zároveň k destruktivní i konstruktivní interferenci; nicméně kvadratická fotodioda je citlivější ke kladným výchytkám a proto je jejich celkový příspěvek kladný.

Tento tvar AC funkce byl nagenеровán analyticky jen pro kvadratickou modulaci pulsu. Modulace vyšších řádů se na jejím tvaru charakteristicky zobrazí, princip je ale podobný. Modulace obecně vede k rozšíření AC funkce v závislosti na zpoždění τ (protože se rozšíří i puls v čase).

PROGRAM

Cíl

Cílem programu je zjistit hodnotu modulace 2., 3. a 4. řádu ve spektru pulsu (viz rovnice 4 a 5), na základě čehož dále můžeme spočítat mj.:

- průběh intenzity ultrakrátkého pulsu v čase (tvar "obálky"),
- závislost indexu lomu na frekvenci pro materiál, jímž puls prošel.

K dispozici máme tato vstupní data:

- spektrum pulsu (intenzitní, změřeno spektrometrem),
- AC funkci reálně změřenou s kvadratickou fotodiodou.

Princip je v tom, že co možná nejpřesněji napodobujeme celé měřicí zařízení v počítači, na základě nějakých vstupních parametrů vytvoříme odpovídající „virtuálně naměřené“ výsledky, porovnáme s „opravdu naměřenými“ a necháme počítač hledat parametry, pro které se nejvíce podobají.

Princip

Používáme značení z rovnic 4 a 5.

Vstupem pro ohodnocovací funkci (která navrácí hodnotu charakterizující, do jaké míry se AC funkce simulovaná na počítači podobá změřené AC funkci) jsou 4 parametry: tři parametry N_2 , N_3 , N_4 pro popis modulace 2., 3. a 4. řádu, a jeden parametr A jako koeficient amplitudy, neboť měřicí fotodioda měří jen relativní hodnotu.

Uživatel dodá intenzitní spektrum pulsu $F(\nu)$ změřené pomocí spektrometru.

Program provede tento sled kroků:

1. Spočítá komplexní spektrum: intenzitní část je dána uživatelem, fázová část je vypočítána na základě tří vstupních parametrů popisujících modulaci (N_2 , N_3 , N_4) dle rovnic 4 a 5.
2. Spočítá inverzní FT tohoto spektra. Ta odpovídá časovému průběhu elektrického pole pulsu, který je v paměti počítače opět uložen jako komplexní pole (amplituda + fáze).
3. Pro daný puls spočítá AC funkci druhého řádu. To obnáší mnohokrát za sebou (pro velký počet různých zpoždění τ) zintegrovat čtverec intenzity výstupu z interferometru podle času. Časový průběh intenzity pulsu vystupujícího z interferometru je součtem elektrického pole E pulsu v čase (t) a téhož pulsu v posunutém čase ($t+\tau$). Přes zdánlivou složitost je to totéž, co provádí interferometr a kvadratická fotodioda (viz rovnice 6):

$$A(\tau) =$$

4. Načte reálně změřenou AC funkci a pro každý její bod porovná, do jaké míry se s ní shoduje funkce spočítaná (již je třeba předtím vynásobit amplitudovým koeficientem). Výsledkem této porovnávací funkce je tedy jediné číslo, které udává, do jaké míry se sobě AC funkce podobají. Čím vyšší součet, tím se funkce shodují méně – snažíme se tedy najít parametry, pro které v tomto bodě získáme co nejnižší hodnotu.

Tento postup přiřadí každým čtyřem parametrům určité číslo, které je kromě nich závislé jen na změřené AC funkci a změřeném intenzitním spektru. Cílem je nalézt čtveřici parametrů, pro kterou je hodnota této funkce nejnižší, čili se spočítaná AC funkce nejvíc podobá změřené. O to se postará algoritmus tzv. Měňavky, který byl převzatý z Ref. [3] a je popsán v příloze.

VÝSLEDKY A DISKUSE

Výsledkem práce je samotný program, jehož zdrojové kódy jsou z podstatné části uvedeny v příloze. (Uvedené postupy a grafy, včetně dodatečných informací a výstupů programu jsem ochotný na požádání vydat.)

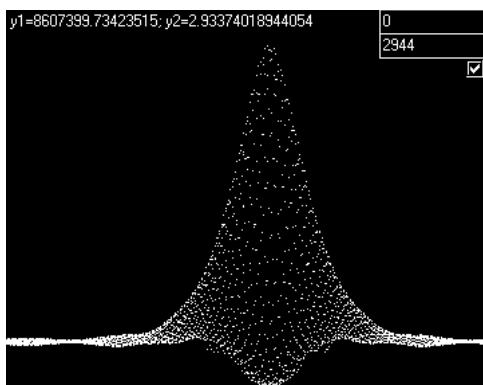
V rámci vývoje programu jsme provedli větší množství numerických testů, na kterých jsme ověřili funkčnost programu; v této práci uvádíme 3 příklady, které dobře ilustrují situace, ke kterým může dojít.

TESTY PROGRAMU

U všech příkladů bylo jako spektrum pulsu použito reálně změřené spektrum. U příkladů 1 a 2 jsme použili jako vzor AC funkci generovanou na počítači pomocí předem zvolené kombinace hodnot parametrů N_2 , N_3 , a N_4 . Tím způsobem je možné ověřit, zdali program tyto hodnoty správně nalezne, při zadání nějakých obecných počátečních hodnot. Pro příklad 3 jsme použili skutečně změřenou AC funkci laserového zesilovače Odin instalovaného na FZÚ AVČR.

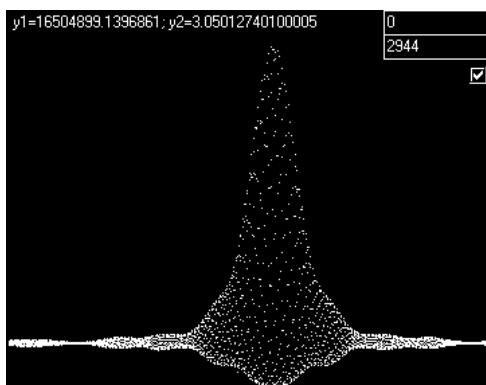
Test 1: AC jednoduchého kvadraticky modulovaného pulsu

Jako vzor byla generována AC funkce s těmito parametry: $N_2 = 0,05$; $N_3 = 0$; $N_4 = 0$; $A = 1$.



Graf vzorové AC funkce

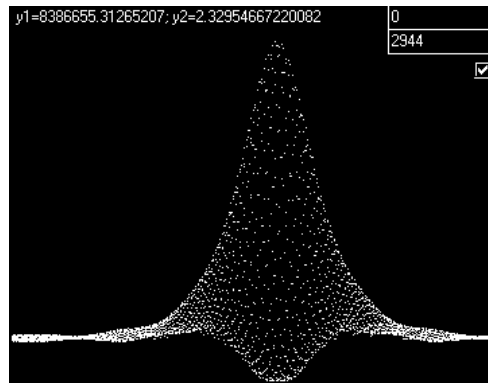
Startovací parametry: $N_2 = 0$; $N_3 = 0$; $N_4 = 0$; $A = 1$; počáteční rozstřel bodů Měňavky = 0,001.



Graf AC funkce pro počáteční parametry

Program dokonvergoval úspěšně k odpovídajícím parametrům. Logaritmus ohodnocovací funkce klesl z počátečních 16,37 po 42 krocích na 14,66 a po 322 krocích se zhruba ustálil na 13,47.

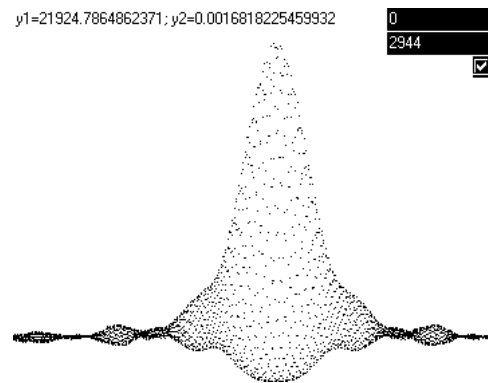
Je nutné poznamenat, že modulace 2. řádu ovlivní puls souměrně pro svou kladnou i zápornou hodnotu, Měňavka tedy mohla jít opačným směrem do záporna. Výsledné parametry po 322 krocích: $N_2 = 0,05701$; $N_3 = -0,0008877$; N_4 velmi blízko 0; $A = 1,0203$.



Graf AC funkce pro výsledné parametry

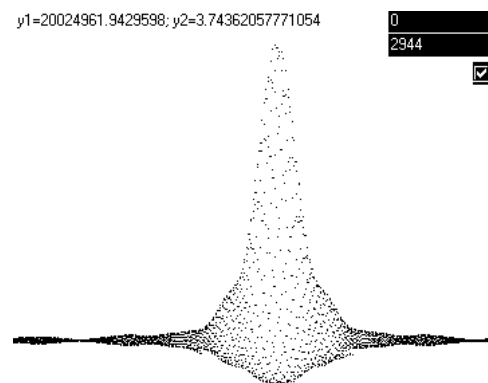
Test 2: Složitější modulace s velkým rozdílem A

Jako vzor generován: $N_2 = -0,01$; $N_3 = 0,005$; $N_4 = -0,005$; $A = 0,3$.



Graf vzorové AC funkce

Počáteční parametry: $N_2 = 0$; $N_3 = 0$; $N_4 = 0$; $A = 1$; rozstřel bodů = 0,0001.



Graf AC funkce pro počáteční parametry

Amplitudový koeficient A se na amplitudě výsledné AC funkce projevuje velmi výrazně. Zatímco při $A = 1$ je amplituda AC funkce zhruba $2 \cdot 10^7$, při $A = 0,3$ je to jen $2 \cdot 10^4$. Největším úkolem pro

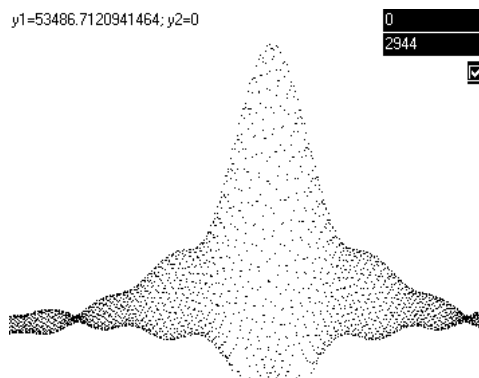
Měňavku tedy bylo výrazně snížit hodnotu A. Pro praktické použití je potřeba A ze začátku nastavit ručně tak, aby měla AC funkce podobnou amplitudu jako vzor.

Po 60 krocích Měňavka nastavila tak velkou hodnotu N_4 , že narazila na pomyslný mantinel, který navrácí velmi vysokou hodnotu. (Tím slouží k zapuzení Měňavky ze „zakázaných“ hodnot parametrů, neboť mimo určitou oblast malých parametrů může ohodnocovací funkce navracet chybná data.)

V dalším postupu A klesal, ale pomalu. Zřejmě je kromě tlaku na zmenšení A velký tlak na zvětšení N_4 , což by ale vedlo ke zcela zcestným výsledkům. U 190. kroku klesl logaritmus ohodnocovací funkce na 15,92 a A na 0,9867.

U 228. kroku klesl A na 0,8640, amplituda AC funkce byla asi $1,7 \cdot 10^6$.

Pozorovali jsme velký nárůst i ostatních modulací, který vedl k podivnému tvaru AC funkce, ale můžeme to připisovat velkému rozdílu A zcela zabraňující Měňavce vhodně upravit ostatní parametry.



Graf AC funkce u 228. kroku

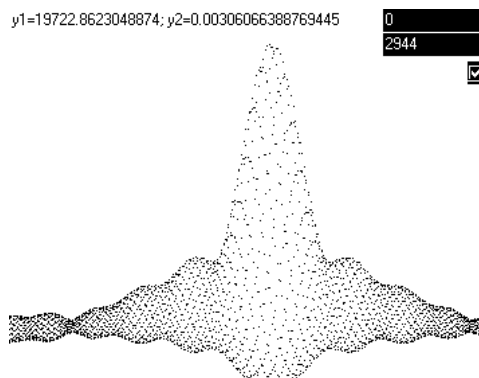
Mezi 230. a 250. krokem došlo k prudkému poklesu A až na 0,3866. Logaritmus ohodnocovací funkce klesl až na 10,9001. Měňavka tedy úspěšně došla ke správnému A. Ostatní parametry byly ale zhruba o řád větší, než mají být.

U 340. bodu se jen zmenšuje a log. ohodnocovací funkce je cca 9.860. Měňavka zřejmě uvízla v lokálním minimu, dosti vzdáleném od minima hledaného. AC funkce se nepodobaly, parametry byly různé (amplituda obou AC funkcí si ale zhruba odpovídala, A byl tedy správný).

U kroku 546 Měňavka skončila. Logaritmus ohodnocovací funkce = 9,7680.

Výsledné parametry po 546 krocích:

$N_2 = 0,1053$; $N_3 = -0,06592$; $N_4 = 0,01525$; $A = 0,3384$



Graf AC funkce u 546. kroku

Test 2b: Druhý pokus

Vzor použit z předchozího: $N_2 = -0,01$; $N_3 = 0,005$; $N_4 = -0,005$; $A = 0,33842$

Zkusili jsme pokračovat z výsledného A a ostatních hodnot nastavených na nulu.

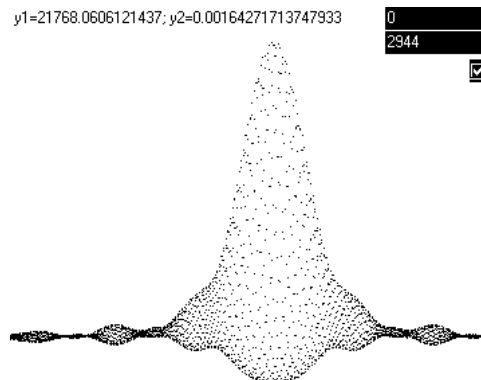
Počáteční parametry:

$N_2 = 0$; $N_3 = 0$; $N_4 = 0$; $A = 0,3384$; rozstřel = 0,0001;

Měňavka po několika stech krocích dokonvergovala úspěšně a obě AC funkce se skoro zcela překrývaly. Bylo ale možné pozorovat, že (z principu) není schopná rozeznat znaménko u modulací sudých řádů. Výsledná pozice po 985 krocích (včetně kroků z testu 2a):

$N_2 = 0,01007$; $N_3 = -0,004496$; $N_4 = 0,005507$; $A = 0,2995$

Logaritmus ohodnocovací funkce = 7,07495.

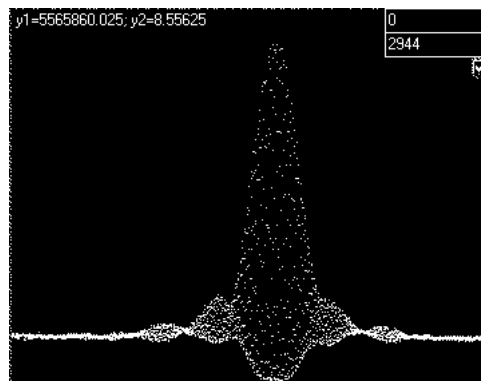


Graf AC funkce pro výsledné parametry

Program dokonvergoval v rámci možností správně.

Test 3: Použití na reálně měřená data

Jako vzor byla použita změřená funkce.



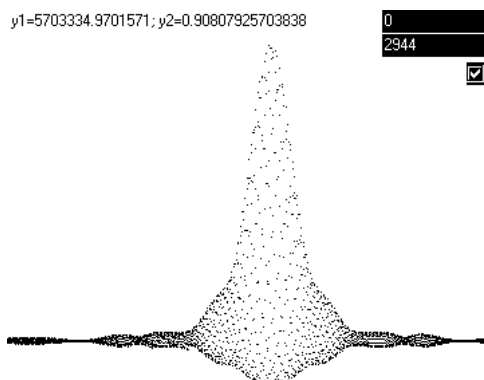
Graf vzorové AC funkce

Startovací parametry: $N_2 = 0$; $N_3 = 0$; $N_4 = 0$; $A = 0,7800$; rozstřel = 0,001.

Parametr A byl na začátek ručně nastaven, aby si funkce dobře odpovídaly amplitudou. Příslušná AC funkce výchozích parametrů má podobný graf jako u testu 1. Logaritmus ohodnocovací funkce je pro ni 13,96.

Program dokonvergoval po 496 krocích k tomuto výsledku:

$N_2 = -0,008018$; $N_3 = -0,003380$; $N_4 = 0,001840$; $A = 0,8006$



Graf AC funkce pro výsledné parametry

Přestože se vzorová a výsledná AC funkce příliš dokonale nepřekrývají, dá se předpokládat, že jde o nejlepší výsledek, kterého se při použití daného intenzitního spektra a postupu dalo dosáhnout. Amplituda obou AC funkcí byla podobná. Odlišnosti ve tvaru byly pravděpodobně způsobeny nepřesností intenzitního spektra.

SHRNUTÍ

- V čtyřrozměrné ohodnocovací funkci se mohou vyskytovat lokální minima, ve kterých Měňavka za určitých okolností uvízne. K tomu dochází zejména pro nevhodně zvolené počáteční hodnoty parametrů (příliš vzdálené od skutečných hodnot). Vhodnější výběr parametrů pak ve všech našich testech vedl ke správnému výsledku.
- Pokud není použita dodatečná modulace jedné větve simulovaného interferometru, nelze rozlišit, jestli je modulace 2. a 4. řádu kladná nebo záporná. Program pak náhodně nalezne jedno z rovnocenných minim kladné nebo záporné modulace.
- Je velmi vhodné nastavit počáteční hodnotu amplitudového koeficientu A tak, aby se amplitudy obou AC funkcí (vzorové a spočítané) co nejvíce podobaly.

Při dodržení tohoto postupu program dokáže napodobit prakticky jakoukoli možnou vzorovou AC funkci, kterou je možno vytvořit na základě daného intenzitního spektra.

ZÁVĚR

Podařilo se napsat a zprovoznit počítačový program, který je založen na metodě PICASO a umožňuje rekonstruovat tvar ultrakrátkých optických pulsů z korelačních měření. Ukázali jsme, že program nalézá správné výsledky pro sérii vzorových AC funkcí generovaných na počítači.

Zatím se tímto postupem nepodařilo přesně rekonstruovat změřenou AC funkci, je to ale zřejmě důsledek experimentální chyby při určování spektra; v rámci možností program našel správné parametry.

Program je také možné použít i k ryze teoretickému studiu funkce zařízení v závislosti na volitelných podmínkách.

UŽITÁ LITERATURA A ZDROJE

- [1] J. W. Nicholson and W. Rudolph: Noise sensitivity and accuracy of femtosecond pulse retrieval by phase and intensity from correlation and spectrum only (PICASO); J. Opt. Soc. Am. B/Vol. 19, str. 330 (2002).
- [2] M. Born, E. Wolf: Principles of optics, kapitola 1, 7. vydání (Cambridge University Press 2003)
- [3] W. H. Press, B. P. Flannery, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling: Numerical Recipes in Pascal (Cambridge University Press, 1989)

Grafy v teoretické části byly generovány pomocí programů PKGraph (od Dr. Petra Kužela) a GrafGenerátor 2.0b4 (od Filipa Domince).